Bevezetés a számításelméletbe I.

8. gyakorlat, 2005. november 5.

Koblinger Egmont `<egmont@cs.bme.hu>`

Sajátdolgok

83. Adjuk meg a következő mátrix sajátértékeit, -vektorait és -altereit.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -3 \\ 6 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

84. Adjuk meg az összes olyan p-t, amelyre az alábbi mátrixnak két különböző valós sajátértéke van. Számítsuk is ki a sajátértékeket $p = 6$ esetén.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ p & -3 \end{pmatrix}$$

85. Tekintsük a legfeljebb hatodfokú $p(x)$ polinomok vektorterét. Határozzuk meg az ebben a vektortérben értelmezett következő lineáris transzformációk sajátdolgait.

   (a) $f(x) \to 0$
   (b) $f(x) \to f'(x)$
   (c) $f(x) \to xf'(x)$

86. Keressünk olyan 2×2-es, illetve 3×3-as valós mátrixot, melynek nincsen valós sajátértéke.

87. A négyzetes A mátrixra $A = A^3$. Bizonyítsuk be, hogy A-nak van sajátvektora, és sajátértékei csak a -1, 0, 1 lehetnek.

88. Tekintsük azt a lineáris transzformációt, amely a négydimenziós tér bázisvektorait ciklikusan egymásba viszi át. Mik ennek a transzformációnak a sajátdolgai?

89. Számítsuk ki A^k sajátértékeit és sajátvektorait minden $1 \le k \le n-1$ esetére, ha A-ra teljesül, hogy $A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \end{pmatrix}$.