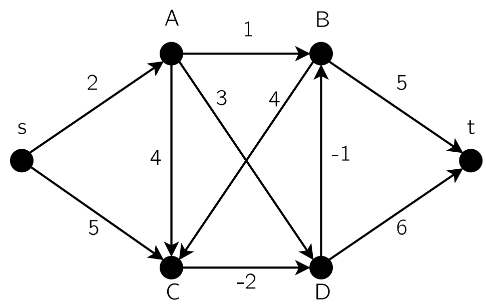
SzA IV. gyakorlat

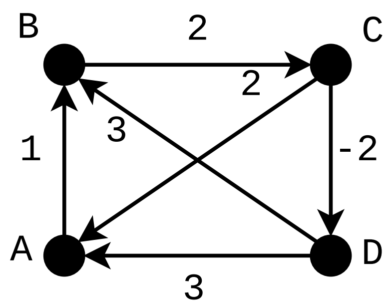
Még utak, ezen kívül folyamok

2009. szeptember 30.

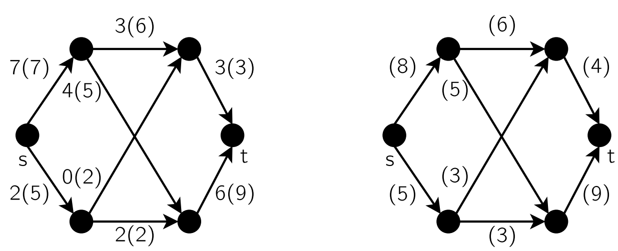
1. Határozzuk meg a Bellmann-Ford algoritmussal a legrövidebb utat s és t között, nyomon követve az algoritmust!



2. Határozzuk meg a Floyd algoritmussal a legrövidebb utat az összes pontpár között!



3. Növeljük a bal oldali gráfban a megadott folyamot, ha ez lehetséges, vagy mutassuk meg, hogy ez már egy maximális folyam!



4. Adjunk meg egy maximális folyamot és egy minimális vágást a fenti jobb oldali gráfban!

5. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legfeljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak nem számítanak). Adjunk meg olyan algoritmust, mellyel a kisváros térképe alapján eldönthető, hogy megtehető-e ez!

6. Hogyan lehet maximális folyamot keresni egy olyan hálózatban, ahol a csúcsoknak is van kapacitásuk?

7. Adott két hálózat $(G_1; s_1; t_1; c_1)$ és $(G_2; s_2; t_2; c_2)$, melyeknek a csúcshalmazai diszjunktak. Legyen az elsőben f_1, a másodikban f_2 a maximális folyam értéke. Mekkora lesz a maximális folyam abban a hálózatban, amelyet ezekből soros- $(t_1 = s_2, s = s_1, t = t_2)$ illetve párhuzamos $(s = s_1 = s_2, t = t_1 = t_2)$ összekapcsolással kapunk?

---

8. Igaz-e, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, aminek minden élén a folyam értéke páratlan szám? És ha páros?

9. Legyenek egy gráf pontjai az n hosszúságú $0-1$ sorozatok. Vezessen egy irányított él a-ból b-be, ha a-ban kevesebb 1-es van, mint b-ben, és legyen egy ilyen él kapacitása az egyesek számának különbsége. Legyen F_n a maximális folyam értéke $s = (0, \ldots, 0)$ és $t = (1, \ldots, 1)$ között. Mennyi F_3? Mennyi általában F_n?

10. Egy G irányítatlan gráfban adott három pont a, b, c. Tudjuk, hogy található G-ben k éldiszjunkt út a és b között és egy ezektől éldiszjunkt út a és c között. Azt is tudjuk, hogy található G-ben (másik) k éldiszjunkt út a és b között és egy ezektől éldiszjunkt út b és c között. Igaz-e, hogy van G-ben $k+1$ éldiszjunkt út a és b között?

11. **[ZH 2008. október 10.]** Tegyük fel, hogy a G gráf k-szorosan élösszefüggő, F a G egy feszítőfája és e az F egy éle. Bizonyítsuk be, hogy a G gráfnak legalább $k-1$ olyan, e-től különböző f éle van, amire igaz, hogy F-ből e-t törölve és f-et behúzva G egy feszítőfáját kapjuk.