Asszociációs szabályok keresése

Csima Judit

BME, VIK,
Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

2017. május 8.

Alapfeladat

- adottak vásárlói kosarak (tranzakciók): miket vásároltak együtt
- cél: olyan szabályokat felállítani, hogy ha valaki vesz X-et, akkor esélyes, hogy vesz Y-t is
- X és Y lehet több elemből álló halmaz is
- egy ilyen szabály nem jelent ok-okozati összefüggést!
- de egy ilyen szabályból hasznot lehet húzni: pl. árazzuk le X-et kicsit, emeljük meg Y árát jobban

Association Rule Mining

- Given a set of transactions, find rules that will predict the occurrence of an item based on the occurrences of other items in the transaction

Market-Basket transactions

TID	*Items*
1	Bread, Milk
2	Bread, Diaper, Beer, Eggs
3	Milk, Diaper, Beer, Coke
4	Bread, Milk, Diaper, Beer
5	Bread, Milk, Diaper, Coke

Example of Association Rules

{Diaper} → {Beer},
{Milk, Bread} → {Eggs,Coke},
{Beer, Bread} → {Milk},

Implication means co-occurrence, not causality!

Jelölések, alapfogalmak

- elem (item): amit lehet venni, pl. tej, pelenka
- tranzakció: amiket együtt vettek, egy vásárlói kosár
- egyszerű modell: darabszám nem számít, csak az, hogy szerepel-e egy adott termék a kosárban
- cél: $X \to Y$ szabályok találása, ahol X, Y nemüres, diszjunkt elemhalmazok ($X \cap Y = \emptyset$)
- elnevezés: ha $|X| = k$, akkor X-et k-elemű elemhalmaznak (k-item set) hívjuk

Mikor jó egy szabály?

- ha X és Y sok tranzakcióban szerepel együtt (különben nem érdekes, pl. Hello Kittys papucs és motorosfűrész)
- ha az X-et tartalmazó kosarak jelentős része tartalmaz Y-t is
- lesz még valami más is, de először nézzük ezeket

Támogatottság, support

- $X \rightarrow Y$ abszolút támogatottsága (support count): hány kosárban van X és Y is, jele $\sigma(X \cup Y)$
- $X \rightarrow Y$ támogatottsága (support):
  $supp(X \rightarrow Y) = \dfrac{\sigma(X \cup Y)}{number\ of\ transactions}$
- csak olyan szabályokat akarunk, amikre a supp elég nagy (egy küszöbnél nagyobb, a küszöb neve min_sup)
- azért, mert ha kicsi a support, akkor arra nem lehet stratégiát építeni, az lehet, hogy véletlen egybeesés (Hello Kitty és fűrész)

Támogatottság, support

- $supp(X \to Y)$ csak $X \cup Y$-tól függ, attól nem, hogy X és Y hogy oszlik el a szabály két oldalára
- ha $supp(X \to Y)$ a küszöbnél nagyobb, akkor $X \cup Y$ neve gyakori elemhalmaz (frequent item set)
- az persze kérdés, hogy mi a küszöb ....

Definition: Frequent Itemset

- **Itemset**
  - A collection of one or more items
    - Example: {Milk, Bread, Diaper}
  - k-itemset
    - An itemset that contains k items
- **Support count (σ)**
  - Frequency of occurrence of an itemset
  - E.g. σ({Milk, Bread,Diaper}) = 2
- **Support**
  - Fraction of transactions that contain an itemset
  - E.g. s({Milk, Bread, Diaper}) = 2/5
- **Frequent Itemset**
  - An itemset whose support is greater than or equal to a *minsup* threshold

TID	*Items*
1	Bread, Milk
2	Bread, Diaper, Beer, Eggs
3	Milk, Diaper, Beer, Coke
4	Bread, Milk, Diaper, Beer
5	Bread, Milk, Diaper, Coke

Megbízhatóság, confidence

- $X \to Y$ megbízhatósága (confidence): $conf(X \to Y) = \dfrac{\sigma(X \cup Y)}{\sigma(X)}$
- azaz: az X-et tartalmazó kosarak mekkora részében van Y is
- az a szabály érdekes, aminél a conf egy küszöbnél (jele min_conf) nagyobb
- ez mutatja, hogy X eladásai befolyásolhatják Y eladásait

Definition: Association Rule

- **Association Rule**
  - An implication expression of the form $X \rightarrow Y$, where X and Y are itemsets
  - Example:
    {Milk, Diaper} → {Beer}

TID	Items
1	Bread, Milk
2	Bread, Diaper, Beer, Eggs
3	Milk, Diaper, Beer, Coke
4	Bread, Milk, Diaper, Beer
5	Bread, Milk, Diaper, Coke

- **Rule Evaluation Metrics**
  - Support (s)
    - Fraction of transactions that contain both X and Y
  - Confidence (c)
    - Measures how often items in Y appear in transactions that contain X

Example:

$$\{\text{Milk}, \text{Diaper}\} \Rightarrow \text{Beer}$$

$$s = \frac{\sigma(\text{Milk}, \text{Diaper}, \text{Beer})}{|\text{T}|} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$c = \frac{\sigma(\text{Milk}, \text{Diaper}, \text{Beer})}{\sigma(\text{Milk}, \text{Diaper})} = \frac{2}{3} = 0.67$$

Szabályok keresése

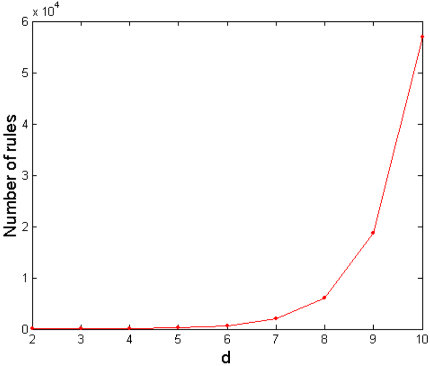
- olyan szabály kell, ahol $supp \geq min\_sup$ és $conf \geq min\_conf$
- supp mindig kisebb, mint conf egy adott szabály esetén
- két külön küszöb van, ez két külön feltétel
- egy szabály el tud bukni mindkét feltételen

Brute-force módszer

- minden olyan X és Y elemhalmaz végignézése, amikre $X \cap Y = \emptyset$
- minden ilyenre supp és conf számolása, rosszak kidobása
- ez sajnos túl sok: nagyjából $\sum_{k=1}^{d-1} \binom{d}{k} 2^{d-k}$, durván exponenciális (ahol d darab lehetséges item van)

Computational Complexity

- Given d unique items:
  - Total number of itemsets = 2^d
  - Total number of possible association rules:



$$R = \sum_{k=1}^{d-1}\left[\binom{d}{k} \times \sum_{j=1}^{d-k}\binom{d-k}{j}\right]$$

$$= 3^d - 2^{d+1} + 1$$

If d=6, R = 602 rules

Észrevétel

- egy $X \to Y$ szabály akkor jó, ha elég nagy a supp és a conf is
- supp csak $X \cup Y$-tól függ, először ezt a lécet kell megugrania a potenciális szabálynak
- ha $supp(Z = X \cup Y)$ elég nagy, akkor jön az, hogy hogyan legyen Z szétosztva a szabály két oldalára, hogy a conf is elég nagy legyen
- válasszuk szét a két ellenőrzést:
    - először keressünk gyakori elemhalmazokat (Z), csak ilyenekből lehet jó szabály
    - nézzük meg, hogy egy gyakori elemhalmazból milyen nagy megbízhatóságú szabály gyártható le

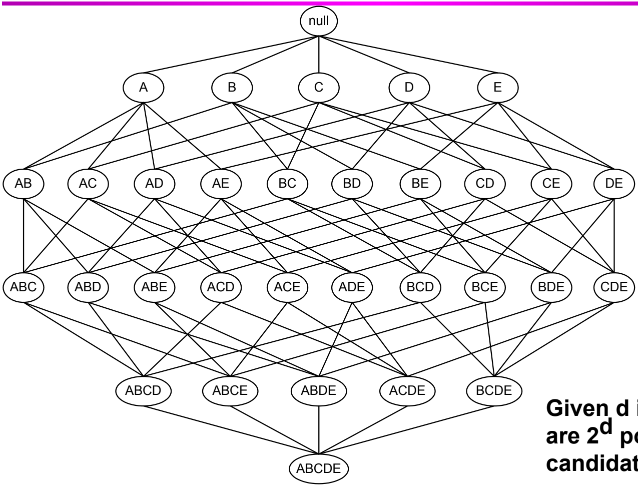
Általános algo

- először legenerálom az összes gyakori elemhalmazt (adott a *min_sup*)
- ezután minden egyes gyakori elemhalmazból megcsinálom a nagy megbízhatóságú szabályokat

Brute-force módszer gyakori elemhalmazok keresésére

- minden nem-üres részhalmazt végignézek
- ez nem jó, túl sok van: $2^d - 1$
- észrevétel: a részhalmazok háló-struktúrát alkotnak
- sőt: ha M jelölt van a gyakori halmazra és N tranzakció, akkor minden jelöltet össze kell vetni minden tranzakcióval (benne van-e a jelölt az adott kosárban)
- ez $O(NMw)$, ahol w a tranzakciók nagysága (hány elem van benne) és már csak M maga $2^d - 1$ a brute-force esetben

Frequent Itemset Generation



Given d items, there are 2^d possible candidate itemsets

Frequent Itemset Generation

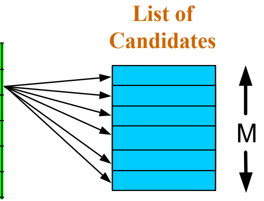
- Brute-force approach:
  - Each itemset in the lattice is a candidate frequent itemset
  - Count the support of each candidate by scanning the database

Transactions

TID	Items
1	Bread, Milk
2	Bread, Diaper, Beer, Eggs
3	Milk, Diaper, Beer, Coke
4	Bread, Milk, Diaper, Beer
5	Bread, Milk, Diaper, Coke

N

w



  - Match each transaction against every candidate
  - Complexity ~ O(NMw) => Expensive since $M = 2^d$!!!

Hogyan lehetne gyorsítani?

- csökkentsük M-et: ne az összes részhalmazt nézzük ész nélkül, hanem szűrjünk valahogy mielőtt elkezdjk őket összevetni a tranzakciókkal
- csökkentsük N-t (a tranzakciók számát) vagy a hosszukat (w-t)
- használjunk valami ügyes adatszerkezetet a jelöltek és a tranzakciók összevetésére
- most először az első lehetőséget nézzük: M csökkentése

Jelöltek számának csökkentése

- cél: gyakori elemhalmazok keresése
- hogyan: a részhalmazokból álló hálót úgy bejárni, hogy minél több elemhalmazt ki tudjunk zárni, minél előbb
- követelmények:
  - minden gyakorit generáljunk végül
  - egyet csak egyszer
  - ne dolgozzunk túl sokat a generálás során
- egyszerűsítés: item-ek neve helyett számokat használunk

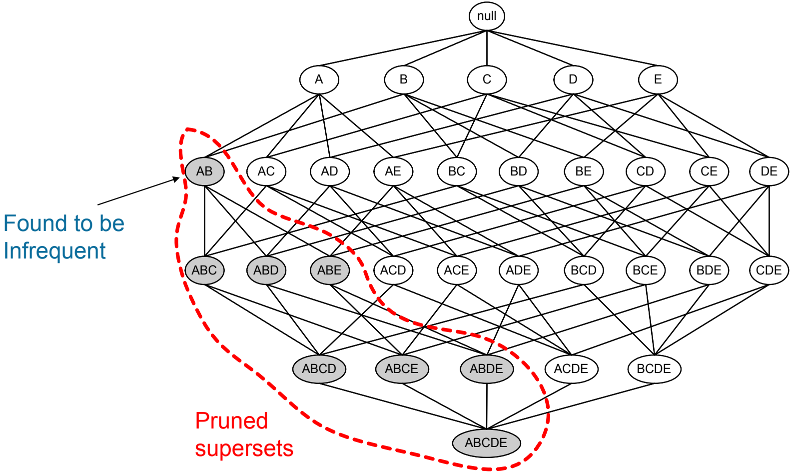
Apriori-elv

- Apriori-elv: ha X gyakori, akkor minden részhalmaza gyakori
- mert ha $Y \subseteq X$, akkor $supp(Y) = \frac{\sigma(Y)}{N} \geq \frac{\sigma(X)}{N} = supp(X)$ (itt N a tranzakciók száma)
- ugyanez máshogy: ha Y nem gyakori, akkor senki se gyakori, aki Y-t tartalmazza
- ezt úgy is szokták mondani, hogy a support függvény anti-monoton

Apriori algo

- haladjunk k szerint növően $k = 1$-től
- ha egy k elemű elemhalmaz nem gyakori, akkor minden nála bővebb elemhalmaz kizárható (infrequent)
- egy k elemű halmaz csak akkor lehet gyakori, ha minden $k - 1$ elemű részhalmaza gyakori

Illustrating Apriori Principle



Apriori algo

1. egyszer végignézek minden tranzakciót és kigyűjtöm az egy-elemű gyakoriakat (ehhez minden x elemre kiszámolom $\sigma(x)$-et), ez az F_1 halmaz
2. k = 2
   - C_2 = 2-elemű esélyesek: akiknek mindkét tagja F_1-ben van
   - F_2 = C_2-beli jelöltek összevetése a tranzakciókkal, a gyakoriak F_2
3. k = 3
   - C_3 = 3-elemű esélyesek: akiknek minden kételemű részhalmaza F_2-ben van
   - F_3 = C_3-beli jelöltek összevetése a tranzakciókkal, a gyakoriak F_3
4. k általában
   - C_k = k-elemű esélyesek: akiknek minden $k-1$-elemű részhalmaza F_{k-1}-ben van
   - F_k = C_k-beli jelöltek összevetése a tranzakciókkal, a gyakoriak F_k

Illustrating Apriori Principle

Item	Count
Bread	**4**
Coke	**2**
Milk	**4**
Beer	**3**
Diaper	**4**
Eggs	**1**

Items (1-itemsets)

Itemset	Count
{Bread,Milk}	**3**
{Bread,Beer}	**2**
{Bread,Diaper}	**3**
{Milk,Beer}	**2**
{Milk,Diaper}	**3**
{Beer,Diaper}	**3**

Pairs (2-itemsets)

(No need to generate candidates involving Coke or Eggs)

Minimum Support = 3

Triplets (3-itemsets)

Itemset	Count
{Bread,Milk,Diaper}	**3**

If every subset is considered,

$${}^6C_1 + {}^6C_2 + {}^6C_3 = 41$$

With support-based pruning,

$$6 + 6 + 1 = 13$$

Észrevételek

- úgy könnyű F_{k-1}-ből C_k képzése, ha az elemhalmazokban növekvő sorrendben vannak
- mert ekkor könnyű C_k-ba tartozó k-elemű jelölteket előállítani
- úgy, hogy két olyan (rendezett) $(k-1)$-eleműt keresek F_{k-1}-ben, amiknek az első $k-2$ tagja ugyanaz
- így biztos, hogy minden k elemű gyakori bekerül C_k-ba, pontosan egyszer
- nem kell azzal foglalkozni, hogy C_k-ból kiszűrjük a duplikátumokat

Hogyan lesz tehát F_k F_{k-1}-ből?

- F_{k-1}-ben minden elemhalmazban rendezetten vannak az elemek
- két F_{k-1}-beli $k-1$ elemű elemhalmazból akkor csinálok egy k elemű jelöltet C_k-ba, ha
  - az első $k-2$ tagjuk ugyanaz
  - az így létrejött k elemű elemhalmaz többi $k-1$ elemű részhalmaza is F_{k-1}-ben van (ez még $k-2$ ellenőrzés)
- az így kapott C_k minden elemhalmazát összevetjük minden tranzakcióval (ténylegesen leszámoljuk a σ-kat)