

Algoritmusok és gráfok - 3. vizsga
2024. január 16.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. (a) Rajzolja fel az alábbi szomszédossági listával megadott irányított gráfot:

$$\mathbf{A} : B, C, E, F; \quad \mathbf{B} : -; \quad \mathbf{C} : B, D; \quad \mathbf{D} : A, F; \quad \mathbf{E} : D, F; \quad \mathbf{F} : -$$

(b) Hajtson végre egy mélységi bejárást ezen a gráfon az A csúcsból kiindulva, adja meg a kapott mélységi feszítőfát és a bejáráshoz tartozó kétféle számozást.

(c) A (b) pontban leírt mélységi bejárással segítségével az órán tanult módszerrel döntse el, hogy ez a gráf DAG-e vagy sem.

2. A $8, 3, 1, 7, x, 2, 6$ tömböt rendezzük kiválasztásos rendezéssel és beszúrásos rendezéssel is, x egy olyan egész szám, ami máshol nem fordul elő a tömbben.

(a) Előállhat-e a kiválasztásos rendezés futása során az $1, 3, x, 7, 8, 2, 6$ átmeneti helyzet?

(b) Előállhat-e a beszúrásos rendezés futása során az $1, 3, x, 7, 8, 2, 6$ átmeneti helyzet?

Ha előállhat ez a helyzet, akkor adjon is meg indoklással együtt egy olyan x értéket, amikor ez megtörténhet, ha pedig nem állhat elő ez az átmeneti helyzet, akkor mutassa meg ezt.

3. Egy bináris keresőfát preorder bejárással bejárva az alábbi sorrendben olvassuk ki a fa elemeit: $10, 6, 5, 9, 8, 17, y, 14$, ahol y a fában máshol elő nem forduló pozitív egész szám. Adja meg az **összes** olyan bináris keresőfát, ahol ez előállhat és minden ilyen fához adja meg y **összes** lehetséges értékét.

4. Dijkstra algoritmusát használjuk az A, B, C, D, E csúcsokból álló irányított, élsúlyozott G gráfban a C kezdőcsúcsból, eközben az *eddigilegjobb* tömb így változik (az egyes sorok az *eddigilegjobb* tömb változását mutatják egy-egy csúcs KÉSZ halmazba kerülése után).

	A	B	C	D	E
6	∞	*	2	∞	
4	8	*	*	∞	
*	5	*	*	8	
*	*	*	*	8	
*	*	*	*	*	

(a) Milyen sorrendben kerülnek be a csúcsok a KÉSZ halmazba és honnan látszik ez a táblázatból?

(b) Mutassa meg, hogy biztosan van él a gráfban A-ból B-be és adja meg indoklással együtt azt is, hogy mi lehet ennek az élnek az élsúlya.

(c) Lehetséges-e, hogy van él a gráfban B-ből E-be? Ha nem lehetséges, akkor lássa be ezt, ha pedig lehetséges, akkor azt is adja meg indoklással együtt, hogy milyen értékeket vehet fel ennek az élnek a súlya..

5. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti egy szomszédossági mátrixával adott n csúcsú **irányított** G gráfról, hogy igaz-e, hogy a gráfban minden csúcs esetén megegyezik a csúcs ki- és be-fokának paritása. (Azaz azt kell eldönteni, hogy minden csúcs olyan-e, hogy a ki-foka pontosan akkor páros, ha a be-foka is páros.)

Először vázolja egy ilyen algoritmus működését pár mondatban szövegesen, majd adjon meg egy pszeudokódot is erre a feladatra (és persze ennél a feladatnál se feledkezzen el a helyesség és a lépésszám belátásáról).

6. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú irányítatlan, nem élsúlyozott G gráf, melyben néhány (legalább kettő) csúcs meg van jelölve fontos csúcsként. Azt szeretnénk eldönteni, hogy igaz-e, hogy mindegyik fontos csúcsból mindegyik másik fontos csúcsba vezet út a gráfban.

Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk oldani ezt a feladatot?