

Algoritmusok és gráfok - Pótzárthelyi
2023. december 4.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n > 2$ méretű $A[0 : n - 1]$ tömb, melyben egész számokat tárolunk. A pszeudokódban egy lépésnek az értékadás és az összeadás számít.

```
ciklus i=0-tól (n-1)-ig:
    számláló := -17
    ciklus amíg számláló < 2023
        A[i] := A[i] + A[i]
        számláló := számláló + 2
    ciklus vége
ciklus vége
```

- (a) Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n)$?
 - (b) Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n^2)$?
2. A $2k, 2k - 1, 2k - 2, \dots, 3, 2, 1$ ($2k$ hosszú) csökkenően rendezett tömböt két különböző rendező algoritmussal is átrendezzük növekvőre: buborékrendezést és kiválasztásos rendezést használunk. Melyik esetben történik a kevesebb **csere**?
 3. Egy bináris keresőfában a 2, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 20 számokat tároljuk és a 9-es kulcs (sikertelen) keresésekor az 5, 15, 8, 12, 10 értékeket látjuk ebben a sorrendben. Rajzolja fel az összes olyan bináris keresőfát, ahol ez lehetséges.
 4. (a) Egy irányítatlan, hat csúcsú (ismeretlen) G gráfról csak annyit tudunk, hogy ha benne a szélességi bejárást (BFS) az A csúcsból futtatjuk, akkor a csúcsokat A, B, C, D, E, F sorrendben látogatjuk meg és a BFS fába az AB, BC, BD, DE, DF élek kerülnek be.
Mutassa meg, hogy ebben a G gráfban biztosan nincsen él C és F között.
(b) Mutassa meg, hogy van olyan irányítatlan, hat csúcsú gráf amiben a szélességi bejárást (BFS) az A csúcsból futtatva a csúcsokat A, B, C, D, E, F sorrendben látogatjuk meg és a BFS fába az AB, BC, BD, DE, DF élek kerülnek be, de ha ugyanebben a gráfban a C csúcsból indul a BFS, akkor nem ugyanezt a feszítőfát kapjuk.
 5. Adott egy $n \geq 2023$ méretű tömb, melyben egész számokat tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a tömbben minden érték pontosan kétszer szerepel.
 6. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti egy szomszédossági mátrixával adott $n \geq 2023$ csúcsú **irányított** G gráfról, hogy igaz-e, hogy a gráfban a be-fokok mind különbözők.
Először vázolja egy ilyen algoritmus működését pár mondatban szövegesen, majd adjon meg egy pszeudokódot is erre a feladatra (és persze ennél a feladatnál se feledkezzen el a helyesség és a lépésszám belátásáról).