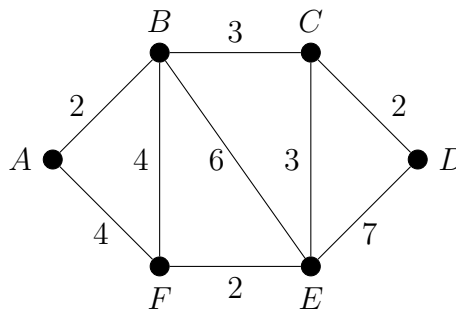


Algoritmusok és gráfok - 4. vizsga
2023. január 24.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi gráfon a Dijkstra-algoritmussal határozza meg az A -ból az összes többi pontba vezető legrövidebb út hosszát. (Indokolni nem kell, de látszódjon, hogy lépésenként hogyan változik a *távolság* tömb, az *eddigig_legjobb* tömb és a KÉSZ halmaz.)



2. A $8, 3, 7, 6, 5, 4, 1, 2$ tömböt kétszer rendezzük, először kiválasztásos rendezéssel, majd beszúrásos rendezéssel.
- (a) Előáll-e az $1, 2, 8, 3, 7, 6, 5, 4$ közbülső állapot a kiválasztásos rendezés során?
- (a) Előáll-e az $1, 2, 8, 3, 7, 6, 5, 4$ közbülső állapot a beszúrásos rendezés során?
3. Egy irányított, élsúlyozott G gráfban a csúcsok b, a, e, c, d, f sorrendje topologikus sorrend, ezen topologikus sorrenddel alkalmazzuk a DAG-ban használható tanult eljárást az a csúcsból induló legrövidebb utak meghatározására.
- (a) Mennyi $távolság[b]$ és $távolság[a]$ értéke és miért?
- (b) Tegyük fel, hogy az algoritmussal már kiszámoltuk az e, c, d csúcsokra is a távolságokat és ezek a következők: $távolság[e] = -3$, $távolság[c] = 10$, $távolság[d] = 1$. $Távolság[f]$ értékét is meg akarjuk határozni az algoritmussal. Melyik élek létezését és élsúlyát kell tudnunk ehhez és ezekből az adatokból hogyan kapjuk meg $távolság[f]$ -et?
4. (a) Adjon meg egy olyan bináris keresőfát, aminek a csúcsait a preorder bejárás $7, 6, 4, 5, 8, 9, 10$ sorrendben olvassa ki. (Elég egy ilyen fát megadni, de azt meg kell indokolni, hogy ez a fa miért jó.)
- (b) Mutassa meg, hogy nincsen olyan bináris keresőfa, aminek a csúcsait a posztorder bejárás $7, 6, 4, 5, 8, 9, 10$ sorrendben olvassa ki.
5. Adott két AVL-fa, melyek mindegyike $n \geq 2$ különböző egész számot tárol. Az elemek egy fán belül különböznek, de a két fának lehetnek közös tárolt elemeik. Adott továbbá egy szintén n elemből álló, különböző egész számokat tartalmazó (nem feltétlenül rendezett) tömb és azt szeretnénk eldönteni, hogy van-e a tömbnek olyan eleme, ami mindkét fában szerepel. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú eljárást erre a feladatra.
6. Szomszédossági mátrixával adott egy város úthálózatának irányítatlan gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak. A várost egy folyó szeli ketté, a folyón több híd is van, csak ezeken lehet átkelni a folyó egyik partjáról a másikra. A hidak is egy-egy élet jelentenek a gráfban, a hidak egy külön listában vannak felsorolva. A város számos csomópontjában van színház, ezek helye egy, a csúcsokkal indexelt H tömbben adott úgy, hogy $H[v]$ pontosan akkor 1, ha van a v csomópontban színház, különben pedig $H[v] = 0$. (Egy csomópontban legfeljebb egy színház van.)
- Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy az adott A csomópontban levő lakásunktól hány színházba tudunk eljutni úgy, hogy közben nem megyünk át hídon. (A szokásos módon n a csomópontok számát jelöli.)