Algoritmusok és gráfok - 2. vizsga
2023. január 10.

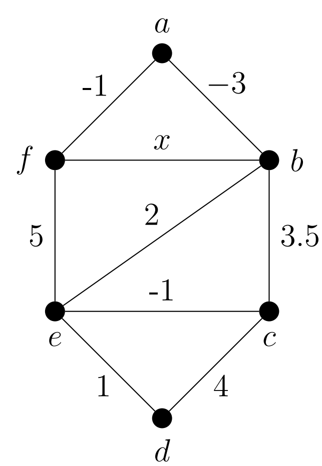
A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Igaz-e, hogy az alábbi szomszédossági listával adott irányított gráfban az E, B, A, C, D, F sorrend egy topologikus sorrend?

   $\mathbf{A}: D, F;\quad \mathbf{B}: A, C;\quad \mathbf{C}: D;\quad \mathbf{D}: -;\quad \mathbf{E}: A, B;\quad \mathbf{F}: -;$

2. Összefésüléses rendezéssel rendezzük a $8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ tömböt, majd ezután szintén összefésüléses rendezéssel rendezzük a $7, 8, 6, 5, 2, 1, 4, 3$ tömböt is.
   Melyik esetben történik több összehasonlítás?

3. Az alábbi gráfban az x élsúly nem ismert (x nem feltétlenül egész szám). Prim algorimusát az a csúcsból futtatva az algoritmus az ab és af éleket választja be először.

   (a) Mennyi lehet x értéke?
   (b) Melyik éleket választja be a Prim algoritmus az ab és af élek után és milyen sorrendben és miért?
   (c) Ha Kruskal algoritmusát futtatnánk ugyanezen gráfon, akkor mennyi lenne az így kapott feszítőfa értéke?

4. Egy hat csúcsú irányított gráf csúcsait egy mélységi bejárás a, e, b, c, d, f sorrendben járja be, a befejezési számok pedig ezek: a: 6; b: 1; c: 3; d: 2; e: 4; f: 5.
   (a) Lehetséges-e, hogy a gráfban van él d-ből e-be?
   (b) Lehetséges-e, hogy a gráfban van él d-ből f-be?

5. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú irányítatlan, élsúlyozatlan G gráf. Adjon $O(n^3)$ lépésszámú algoritmust, ami G mátrixából előállítja annak az irányítatlan, élsúlyozott G_1 gráfnak a szomszédossági mátrixát, aminek csúcsai megegyeznek G csúcsaival és G_1-ben pontosan akkor van két csúcs összekötve, ha G-ben van közös szomszédjuk és ilyenkor az él súlya a G-beli közös szomszédok számával egyezik meg.

6. Egy szomszédossági mátrixával adott összefüggő, n csúcsú, irányítatlan G gráfban minden csúcs színes: piros vagy kék. A csúcsok színei egy, a csúcsokkal indexelt S tömbben adottak. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami egy adott piros A csúcshoz megkeresni azt az A-tól különböző piros X csúcsot vagy csúcsokat, amibe A-ból a lehető legkevesebb (esetleg nulla darab) kék csúcson áthaladva el tudunk jutni úgy, hogy közben A-n és X-en kívül piros csúcsot nem érintettünk. Ha több ilyen tulajdonságú piros X csúcs is van, akkor az összeset keressük meg.