

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy  $G$  gráf  $A$  szomszédossági mátrixa (a gráfnak  $n \geq 2$  csúcsa van) és egy  $n$  hosszú, csupa nullát tartalmazó  $T$  tömb. A pszeudokódban egy lépésnek az értékadás és az összehasonlítás számít.

(a) Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma  $O(n^2)$ ?

(b) Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma  $O(n^3)$ ?

```
ciklus i=1-től n-ig:
    ha i == 1 vagy A[1,i] == 1:
        T[i] := 1
    ciklus vége

ciklus j = 1-től n-ig:
    ha T[j] == 0:
        ciklus k = n-től 1-ig:
            ha A[k, j] == 1 és T[k] == 1:
                T[j] := k
        ciklus vége
    ciklus vége
```

2. A 9, 5, 7, 11, 3, 2, 12, 6 tömböt rendezzük összefésüléses rendezéssel. Hány összehasonlításban vesz részt a rendezés során a 12-es szám?

3. Mutassa meg, hogy egy bináris keresőfában egy keresés során soha nem fordulhat elő, hogy a 10, 5, 7, 6, 2, 3 számokat látjuk ebben a sorrendben.

4. Egy irányított, hat csúcsú gráfot DFS-sel (mélységi bejárással) bejárva az  $AB, BC, CD, CE, EF$  élek kerülnek be a feszítőfába ebben a sorrendben. Mutassa meg, hogy ekkor biztosan nem lehetséges, hogy ugyanebben a gráfban az  $A$ -ból induló BFS (szélességi bejárás) az  $AB, AC, AD, AE, DF$  éleket választja be a feszítőfába ebben a sorrendben.

5. Adott egy  $n \geq 2$  méretű tömb, melyben különböző egész számokat tárolunk. Adjon  $O(n \log n)$  lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e a tömbben 10 egymást követő egész szám.

6. Egy szomszédossági mátrixával adott  $n$  csúcsú, irányított  $G$  gráfban az  $s$  és a  $t$  csúcsok színtelenek, minden más csúcs vagy piros vagy kék vagy sárga. A színezés egy  $n$  méretű, a csúcsokkal indexelt  $C$  tömbben adott, ahol  $C[v]$  a  $v$  csúcs színét adja meg.

Az  $s$  csúcsból szeretnénk  $t$ -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy eközben legfeljebb két színt használunk. Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust, ami a szomszédossági mátrix különböző módosításaival és egy tanult algoritmus változtatás nélküli (többszöri) futtatásával eldönti, hogy ez lehetséges-e és ha lehetséges, akkor azt is megadja, hogy hány élből áll egy, a lehető legkevesebb élet használó ilyen eljutás.