

Algoritmusok és gráfok
Vizsga - Kifejtős feladatok
2021. január 5.

A feladatok megoldását indokolni kell, ide értve az algoritmusok helyességének és lépésszámának belátását is.

1. Adott két tömb, mindegyikben n darab egész számot tárolunk, a számok között lehetnek egyformák. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami kiírja az összes olyan számot, ami az egyik tömbben egyszer, a másikban viszont egynél többször szerepel.
2. Dijkstra algoritmusát futtatjuk egy, az A, B, C, D, E, F csúcsokból álló irányítatlan gráfon. Az alábbi táblázat az *eddigilegjobb* tömb változását mutatja a futás közben.
 - (a) Melyek azok az élek, amik biztosan szerepelnek a gráfban és mi ezeknek a súlya?
 - (b) Lehetséges-e, hogy van a gráfban CF él?

A	B	C	D	E	F
*	∞	∞	1	3	∞
*	∞	5	*	2	4
*	7	4	*	*	4
*	6	*	*	*	4
*	5	*	*	*	*

3. Egy ország térképe egy n csúcsú irányítatlan gráffal adott: a csúcsok a városok, az élek pedig a városok közti közvetlen utak. Szeretnénk bicikliutakat építeni néhány út mellé úgy, hogy az országban bárholnan bárhova el lehessen jutni biciklivel (jelenleg egy bicikliút sincsen).

Egy n -szer n -es két dimenziós K táblázatban adott az, hogy az egyes utak mellé mennyi pénz lenne megépíteni a bicikliutat: $K[i, j]$ adja meg az építés költségét, ha i és j város között van út, egyébként $K[i, j]$ értéke végtelen.

A 42-es város nagyon gazdag, vállalja, hogy minden belőle kimenő út mellé megépíti saját költségén a bicikliutat, a központi költségvetésből csak a többi építést kell fedezni. Melyik tanult algoritmust lehet használni és hogyan, hogy $O(n^2)$ lépésben meghatározzuk, hogy melyik utakat építsük meg a 42-es város által építettek mellé, hogy a központi költségvetésből a lehető legkevesebbet kelljen erre költeni?