Algoritmusok és gráfok - Mintavizsga
2019. ősz

1. Az alábbi pszeudokód inputja két, egész számokat tartalmazó n méretű tömb, A és B. Mutassa meg, hogy a pszeudokód által leírt algoritmus lépésszáma $O(n^2)$.

```
ciklus i = 0-tól (n-1)-ig:
    ha A[i] páros:
        ciklus j = i-től (n-1)-ig:
            B[j] = B[j] + 17
        ciklus vége
ciklus vége
```

2. A Dijkstra algoritmus lényegi része egy amíg-ciklus, mely két részlet (a két üresen hagyott téglalap) kivételével így néz ki:

```
ciklus amíg van KÉSZ-en kívüli csúcs, ahol d[v] nem végtelen:
    v* := az a csúcs, ahol d[v] minimális
    v* KÉSZ-be megy
    távolság[v*] := d[v*]
    d[v*] : = *
    ciklus w = 1-től n-ig:
        ha A[v*,w] nem végtelen és d[w] nem *:
            ha távolság[v*] + c(v*, w) < d[w]:
                d[w] := [                ]
                honnan[w] := [             ]
    ciklus vége
ciklus vége
```

Egészítse ki a kódot a két üres téglalap kitöltésével és magyarázza el röviden (2-3 mondatban), hogy miért így kell a két hiányzó értéket meghatározni.

3. A G irányított, élsúlyozott gráf élei a következők (zárójelben az élsúlyok): $ab(3), ac(-5), ae(1), bc(1), bd(4), be(-2), ce(7), de(-4)$.
Ebben a gráfban az a, b, c, d, e sorrend egy topologikus sorrend, ezt használva a tanult algoritmussal már meghatároztuk az a-ból az a, b, c, d csúcsokba vezető legrövidebb utak hosszát: *távolság[a] = 0*, *távolság[b] = 3*, *távolság[c] = -5*, *távolság[d] = 7*. Hogyan kapjuk meg *távolság[e]*-t a tanult eljárással ezekből az adatokból?

4. Mutasson példát olyan 5 csúcsú összefüggő, irányítatlan, élsúlyozott gráfra és benne olyan kezdőcsúcsra, ahol a gráfban az élsúlyok mind különbözőek és ahol a minimális feszítőfa keresésére tanult Prim algoritmus végére nem a 4 legkisebb súlyú él kerül be minimális feszítőfába.

5. Indokolja meg, hogy miért nem lehetséges, hogy egy bináris keresőfában egy keresés során az alábbi számokat járjuk be ebben a sorrendben: $13, 10, 8, 9, 12$.

6. A G irányított gráf élei a következők: $ab, ac, bd, be, cd, cg, df, ed, gd$.
   Járja be ezt a gráfot mélységi bejárással (DFS) az a csúcsból kiindulva úgy, hogy ha a futás során választási lehetőség adódik, akkor mindig az ábécé szerint korábban levő csúcsba megyünk.
   A kapott befejezési számok segítségével az órán tanult módszerrel állapítsa meg, hogy ez a gráf DAG-e vagy sem.

7. Egy szomszédossági mátrixával adott n csúcsú irányítatlan G gráfban adott a csúcsoknak egy $u_1, u_2, \ldots, u_n$ sorrendje (tudjuk, hogy itt minden csúcs pontosan egyszer szerepel, ezt nem kell ellenőrizni). Azt szeretnénk eldönteni, hogy a csúcsok ebben a sorrendben kört alkotnak-e a gráfban. Adjon erre a feladatra $O(n)$ lépésszámú algoritmust.

8. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú irányítatlan gráf, mely emberek (kölcsönös) ismeretségeit ábrázolja: a csúcsok az emberek és akkor van él két csúcs között, ha az emberek ismerik egymást. Adott két ember, A és B, akik nem ismerik egymást. Azt szeretnénk eldönteni $O(n^2)$ lépésben, hogy vannak-e olyan E_1 és E_2 emberek, hogy A ismeri E_1-t, E_1 ismeri E_2-t, E_2 pedig ismeri B-t. (Az is jó, ha E_1 és E_2 ugyanaz az ember, azaz ekkor A-nak és B-nek van közös ismerőse.)
   Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni erre a feladatra és hogyan, hogy megválaszoljuk ezt a kérdést?