Algoritmusok és gráfok
HATODIK GYAKORLAT, 2019. október 18.

1. (a) Építsen beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 7,3,2,9,8,6,4.
(b) AVL-fa-e ez a fa?
(c) Szúrja be az (a) résznél kapott fába az 5-t, majd törölje ki a fából a 2, a 6 és a 7 kulcsokat és minden lépés után döntse el, hogy a kapott fa AVL-fa-e.

2. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES(x) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben? Ha nem lehetséges, indokolja meg miért nem, ha pedig lehetséges, határozza meg az összes olyan x egész számot, amire ez megtörténhet.

3. **(ZH 2018)** Egy bináris keresőfában az $1, 3, 8, 9, 10, 11, 13, 14$ számokat tároljuk valamilyen elrendezésben és tudjuk, hogy amikor a 10-et keressük, akkor a keresés során először a 3-as számot látjuk, utána a 13-t, majd a 9-et, végül pedig a 10-et. Rajzolja fel azt a 8 csúcsú bináris keresőfát, ahol ez megtörténhetett, majd lássa be, hogy a fa csak így nézhet ki.

4. **(PPZH 2018)** Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy x érték keresése során az alábbi számokat járjuk be ebben a sorrendben: $3, 10, 8, 9, 12, 5$? Ha úgy véli, hogy lehetséges, akkor mutasson egy olyan bináris keresőfát és olyan x értéket, ahol ez megtörténhetett, különben pedig magyarázza meg, hogy miért nem lehetséges ez.

5. **(Vizsga 2018)** Adott két teljes bináris keresőfa, mindegyikben n elemet tárolunk. Adjon $O(\log n)$ elemszámú eljárást, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy az első fa minden eleme nagyobb, mint a második fa minden eleme.
(Emlékeztetőül: a teljes bináris fa olyan bináris fa, amiben minden szint tele van.)

6. **(Vizsga 2018)** Adott két bináris keresőfa, mindegyikben n különböző elemet tárolunk. Adjon $O(n)$ lépésszámú eljárást, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a két fában ugyanazok a számok szerepelnek.

7. Egy három-szintű bináris keresőfában a $3, 5, 7, 8, 9, 10, 11$ csúcsokat tároljuk.
(a) Rajzolja fel a fát és indokolja meg, hogy miért csak így nézhet ki. AVL-fa-e ez a fa?
(b) Az órán tanult módszerrel törölje a fából a 8-at, majd a 10-et, végül szúrja be az így kapott fába a 8-at. Mindegyik művelet után rajzolja fel a kapott fát és döntse el, hogy a fa AVL-fa-e.

8. Nyílt címzéssel hasheltünk egy 11 elemű táblába a $h(k) = k$ maradéka 11-gyel osztva hash-függvény és lineáris próbát használva.
(a) A következő kulcsok érkeztek (ebben a sorrendben): $6, 5, 11, 17, 16, 3, 2, 14$. Hogyan néz ki a tábla végső állapota?
(b) Hogyan zajlik az a) pontban kapott táblában a keres(16) művelet? És a keres(4)?
(c) Törölje az (a) pont táblájából a 2-es számot, majd keresse a 15-öt a táblában. Mi történik, hol ér véget a keresés?
(d) Szúrja be most a 25-öt a táblába. Hova kerül végül a 25-ös szám?

9. A $T[0 : 3n - 1]$ hash táblában $2n$ elemet helyeztünk el egy ismeretlen hash-függvény segítségével, nyílt címzéssel, lineáris próbát használva. (Csak beszúrás volt, törlés nem fordult elő.) A táblában minden $3i$ indexű hely üresen maradt ($0 \leq i < n$). Legfeljebb hány ütközés lehetett a $2n$ darab beszúrás alatt összesen?

10. Az 1 és 91 közötti összes 3-mal osztható egész számot valamilyen sorrendben egy M méretű hash-táblába raktuk a $h(x) = x \pmod M$ hash-függvény segítségével, lineáris próbával. Ennek során hány ütközés fordulhatott elő, ha $M = 35$, illetve ha $M = 36$?