Algoritmusok és gráfok
MÁSODIK GYAKORLAT, 2019. szeptember 20.

1. (a) Az alábbi pszeudokód egy $n \geq 2$ méretű tömbben a tömb végére mozgatja a legnagyobb elemet. Erre a kódra alapozva írja le pszeudokóddal az alábbi, buborékrendezés nevű eljárást: Az első fázisban lefuttajuk ezt a kódot a teljes $A[0:n-1]$ tömbre, a második fázisban az így kapott tömb $A[0:n-2]$ résztömbjére, a harmadik fázisban az így kapott tömb $A[0:n-3]$ résztömbjére, stb., végül az $(n-1)$. fázisban az előző körben kapott tömb $A[0:1]$ résztömbjére.

```
ciklus i = 0-tól (n-2)-ig:
    ha   A[i] > A[i+1]:
        csere A[i] és A[i+1]
ciklus vége
```

   (b) Lássa be, hogy az a) részben adott pszeudokód rendezi a tömböt.
   (c) Mutassa meg, hogy a buborékrendezés lépésszáma $O(n^2)$ (lépésnek az összehasonlítás és a csere számít).

2. Lássa be, hogy az első (múlt órai) feladatsor 6. feladatában leírt eljárás lépésszáma $O(n)$. (Lépésnek az értékadás és az összeadás számít.)

3. Igaz-e, hogy egy algoritmus lépésszáma $O(n^2)$, ha tudjuk, hogy a lépésszám
   (a) $10n^2 - n\log n$, (b) $n + n^2 + n^3$, (c) $10000 \log\log n$

4. **(ZH 2018)** Igaz-e, hogy ha egy algoritmus lépésszáma $100 \cdot n^2 + 10^{10} \cdot n + 17$, akkor az algoritmus lépésszáma $O(n^2)$? Ha úgy véli, hogy ez igaz, akkor megfelelő c konstans és n_0 küszöbérték megadásával lássa ezt be, ha pedig úgy véli, hogy hamis, akkor bizonyítsa be ezt.

5. **(Mintavizsga 2018)** Az alábbi pszeudokód inputja két, egész számokat tartalmazó n méretű tömb, A és B. Mutassa meg, hogy a pszeudokód által leírt algoritmus lépésszáma $O(n^2)$. (Lépésnek az értékadás, egy szám párosságának eldöntése és az összeadás számít.)

```
ciklus i = 0-tól  (n-1)-ig:
    ha A[i] páros:
        ciklus  j = 0-tól  (n-1)-ig:
            B[j] := B[j] + 17
        ciklus vége
ciklus vége
```

6. Mutassa meg, hogy az első feladatsor 4. feladatának algoritmusa $O(n^2)$ lépésszámú, ha lépésnek egy darab $*$ kiírását tekintjük.

7. **(Vizsga 2018)** Az alábbi pszeudokódban egy * kiírása számít egy lépésnek. Mutassa meg, hogy az algoritmus lépésszáma $O(n^3)$.

```
ciklus i = 0-tól (n-1)-ig:
    ciklus j = (i+1)-tól  n-ig:
         kiírunk j darab *-ot
    ciklus vége
ciklus vége
```

8. **(PPZH 2018)** Alkalmas c konstans és n_0 küszöb megadásával lássa be, hogy egy $\binom{n}{5}$ lépésszámú algoritmus $O(n^5)$-es algoritmus.
   Emlékeztetőül: $\displaystyle\binom{n}{5} = \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}$

9. **(Vizsga 2018)** Az alábbi pszeudokód inputja két tömb: az n hosszú A tömb egész számokat tartalmaz, a szintén n hosszú B tömb pedig csupa 0-ból áll. Az eljárás outputja az M szám. Mutassa meg, hogy az eljárás lépésszáma $O(n)$. (Lépésnek az értékadás, két szám maximumának megtalálása, két szám összeadása és az összehasonlítás számít.)

```
B[0]: = A[0]
ciklus  i = 1-tól  (n-1)-ig:
     B[i] := max(A[i], B[i-1] + A[i])
ciklus vége
M:= B[0]
ciklus  j= 1-tól  (n-1)-ig:
    ha B[j] > M:
         M:= B[j]
ciklus vége
```

10. Mutassa meg, hogy az első (múlt órai) feladatsor 7. feladatában szereplő algoritmusok lépésszáma $O(n^2)$ (az (a) rész algoritmusa) és $O(n^3)$ (a (b) rész algoritmusa).

11. Lássa be, hogy egy algoritmus lépésszámára pontosan akkor igaz, hogy $O(\log_2 n)$, amikor az igaz rá, hogy $O(\log_3 n)$. (Tanulság: mindegy, hogy milyen alapú logaritmust használunk.)