

8. gyakorlat  
2-3 fa, B-fa, hash

1. Illesszük be az alábbi 6 kulcsot egy kezdetben üres  $(2, 3)$ -fába a megadott sorrendben:  $E, B, F, A, C, D$ . Rajzoljuk le az eredményül kapott fát!
  2. Az  $[1, 178]$  intervallum összes egészei egy 2-3 fában helyezkednek el. Tudjuk, hogy a gyökérben két kulcs van, és az első kulcs a 17. Mi lehet a második? Miért?
  3. Egy  $B_{20}$ -fának (huszadrendű B-fának)  $10^9$  levele van. Mekkora a fa szintjeinek minimális, illetve maximális száma?
  4. Egy 2-3 fa gyökerének három fia van, a benne szereplő két érték 40 és 50. Mennyi lehet a tárolt elemek minimális, illetve maximális száma, ha tudjuk, hogy csak pozitív egész számokat tárol a fa?
- 
5. Nyitott címzéssel hasheltünk egy 11 elemű táblába a  $h(k) = k \pmod{11}$  hash-függvény és kvadratikus maradék próba segítségével. A következő kulcsok érkeztek (a megadott sorrendben): 6, 5, 7, 17, 16, 3, 2, 14. Add meg a tábla végső állapotát! Mit kaptunk volna, ha lineáris próbát használtunk volna?
  6. Kettős hashelést használva szűrje be egy kezdetben üres,  $M = 11$  méretű táblába a következő kulcsokat (ebben a sorrendben): 26, 3, 48, 14, 15, 7. A használt hash függvény legyen  $h(k) = (k \pmod{M})$ , a próbasorozat hash függvénye pedig  $h'(k) = 1 + (k \pmod{M-5})$ . Minden beszúrás után rajzolja le a tábla pillanatnyi állapotát!
  7. Adott az  $f(k) = (3k \pmod{M})$  hash függvény, ahol  $M = 11$ . Ezt a hash függvényt valamint kvadratikus maradékpróbát használva szűrje be egy kezdetben üres,  $M$  méretű hash táblába a 6, 13, 24, 3, 14, 2, 17, 10 kulcsokat, ezután törölje a 13, 24 kulcsokat, végül szűrje be a 25 kulcsot! Minden művelet után rajzolja le a tábla pillanatnyi állapotát! Hány ütközés történt összesen?
  8. Kettős hashelést használva szűrje be egy kezdetben üres,  $M = 11$  méretű táblába a következő kulcsokat (ebben a sorrendben): 13, 2, 8, 30, 19, 29. A használt hash függvény legyen  $h(k) = (2k \pmod{M})$ , a próbasorozat hash függvénye pedig  $h'(k) = 1 + (k \pmod{M-3})$ . Minden beszúrás után rajzolja le a tábla pillanatnyi állapotát!
  9. A  $T[0 : M]$  táblában  $2n$  elemet helyeztünk el az első  $3n$  helyen ( $3n < M$ ) egy ismeretlen hash-függvény segítségével. (Csak beszúrás volt, törlés nem fordult elő.) A táblában minden  $3i$  indexű hely üresen maradt ( $0 \leq i < n$ ). Legfeljebb hány ütközés lehetett, ha az ütközések feloldására a) lineáris próbálást b) kvadratikus maradék próbálást használtunk?
  10. Egy  $m$  méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon  $O(m)$  lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet.
  11. A  $b_0 \dots b_n$  alakú  $n + 1$  hosszú bitsorozatokat akarjuk tárolni. Tudjuk, hogy a  $b_0$  paritásbit, ami a sorozatban az egyesek számát párosra egészíti ki. Ha nyitott címzésű hash-elést használunk  $h(x) \equiv x \pmod{M}$  hash-függvénnyel és lineáris próbával, akkor  $M = 2^n$  vagy  $M = 2^n + 1$  méretű hash-tábla esetén lesz kevesebb ütközés?