

## 2. gyakorlat Dinamikus programozás

1. Az  $n$  elemű  $A$  tömb egész számokkal (lehetnek negatív számok is) van feltöltve. Adjon algoritmust, ami meghatároz egy olyan  $(i, j)$ ,  $1 \leq i \leq j \leq n$  indexpárt, amire  $A[i] + A[i+1] + \dots + A[j]$  maximális. (Azaz keressük a legnagyobb, folytonosan előálló összeget.) Az algoritmus futási ideje legyen  $O(n)$ .

---

2. Adott  $n$  pozitív egész szám,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  és még egy  $b$  pozitív egész szám. Szeretnénk meghatározni, hogy  $b$  hányféleképpen áll elő néhány különböző  $a_i$  összegeként. Ehhez egy  $n$  sorból és  $b+1$  oszlopból álló  $T$  táblázatot fogunk kitölteni. A táblázat sorait 1-től  $n$ -ig, oszlopait 0-tól  $b$ -ig indexeljük és legyen  $T[i, 0] = 1$  minden  $1 \leq i \leq n$  értékre. Adjon eljárást, ami  $T$  többi mezőjét összesen  $O(nb)$  lépés alatt kitölti, úgy, hogy  $T[i, c]$  értéke legyen az a szám, ahányféleképpen az  $a_1, a_2, \dots, a_i$  számok közül néhány összegeként a  $c$  szám előállítható ( $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq c \leq b$ ).

A táblázat kitöltése után hogyan tudjuk megválaszolni az eredeti kérdést?

3. Egy  $n \times n$  méretű táblázat minden eleme egy egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Azt szeretnénk, hogy a lépegetés során látott elemek növekvő sorrendben kövessék egymást, egy ilyen út értéke a benne szereplő számok összege. Adjon  $O(n^2)$  futási idejű algoritmust, ami meghatározza, hogy az adott táblázatban a szabályok szerinti utak értékei között mekkora a legnagyobb!

Hogyan lehet megtalálni magát a legnagyobb értékű utat?

---

4. Legyen  $s_1 s_2 \dots s_n$  és  $t_1 t_2 \dots t_m$  két olyan karaktersorozat, melyek nullákból és egyesekből állnak. Azt szeretnénk, hogy az  $n \times m$  méretű  $A$  mátrix  $A[i, j]$  eleme tartalmazza azt a legnagyobb  $k$  számot, melyre az  $s_1 s_2 \dots s_i$  és a  $t_1 t_2 \dots t_j$  karaktersorozatok utolsó  $k$  tagja megegyezik. Adjon eljárást, ami az  $A$  tömböt  $O(nm)$  lépésben kitölti.

5. Hogyan lehet az előző eljárást a következő feladat megoldására használni?

Egy  $n$  és egy  $m$  karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg  $a_1 a_2 \dots a_n$  és a másik  $b_1 b_2 \dots b_m$ , akkor olyan  $1 \leq i \leq n$  és  $1 \leq j \leq m$  indexeket keresünk, hogy

$$a_i = b_j, a_{i+1} = b_{j+1}, \dots, a_{i+t-1} = b_{j+t-1}$$

teljesüljön a lehető legnagyobb  $t$  számra. Adjon erre a feladatra  $O(mn)$  lépést használó algoritmust.

6. Adott egy  $n$  és egy  $m$  hosszú 0-1 sorozat,  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , illetve  $b_1, b_2, \dots, b_m$ . Ezek alapján egy  $T$  tömböt töltöttünk ki a következő módon:

Ha  $0 \leq i \leq n$ , akkor  $T[i, 0] = 0$ . Ha  $0 \leq j \leq m$ , akkor  $T[0, j] = 0$ .

Ha  $1 \leq i \leq n$  és  $1 \leq j \leq m$ , akkor  $T[i, j] = \begin{cases} T[i-1, j-1] + 1 & \text{ha } a_i = b_j \\ \max\{T[i, j-1], T[i-1, j]\} & \text{ha } a_i \neq b_j \end{cases}$

Írja le, hogy mi a jelentése a  $T[i, j]$  értéknek! A két sorozatnak milyen tulajdonságát határozza meg a  $T[n, m]$  értéke?