

## 12. gyakorlat

### NP-teljesség, egészértékű lineáris programozás, közelítő algoritmusok

1. Egy hivatal új épületbe fog költözni. Az épület minden emeletén ugyanakkora terület használható fel irodák kialakítására. Minden részleg megmondta, hogy összesen mekkora irodaterületre tart igényt. Azt akarjuk eldönteni, hogy meg lehet-e oldani a költözést úgy, hogy egyetlen részleg se legyen kettévágva, azaz egy részleg teljes egészében egy emeleten legyen (de egy emeletre kerülhet több részleg is). Igazolja, hogy a kapcsolódó eldöntési probléma P-ben van, vagy azt, hogy NP-teljes.
2. Egy adott egyszerű, irányítatlan gráfban maximális méretű párosítást akarunk találni. Írja le ezt a problémát egy egész értékű programozási feladatként! (A kapott egész értékű programozási feladatot nem kell megoldani.)
3. Hogyan fut a FFD algoritmus a következő inputon?  
 $6m$ -szer  $1/2 + \varepsilon$ ,  $6m$ -szer  $1/4 + 2 \cdot \varepsilon$ ,  $6m$ -szer  $1/4 + \varepsilon$ ,  $12m$ -szer  $1/4 - 2 \cdot \varepsilon$ . (Itt  $m$  tetszőleges egész,  $\varepsilon$  pedig valami kicsi szám.)
4. P-ben van vagy NP-teljes a következő feladat: adott  $G$  irányítatlan gráf csúcsai lefedhetők-e három pont-diszjunkt körrel?
5. Bizonyítsa be, hogy a következő algoritmus polinom időben meghatároz egy olyan lefoglaló pontalmazat egy tetszőleges irányítatlan  $G$  gráfban, melynek mérete legfeljebb kétszerese egy, a  $G$ -ben levő, minimális elemszámú lefoglaló pontalmazának! (Azaz lássa be, hogy ez egy 2-közelítő algoritmus.) Algo: keressünk tovább nem bővíthető független élalmazat  $G$ -ben és válasszuk az ezen élek által lefedett pontokat.
6. Bizonyítsa be, hogy LÁDA NP-teljes! (Segítség: PARTÍCIÓ visszavezethető rá.)
7. Egy adott egyszerű, irányítatlan gráfban maximális méretű teljes részgráfot akarunk találni. Írja le ezt a problémát egy egész értékű programozási feladatként! (A kapott egész értékű programozási feladatot nem kell megoldani.)