

## 7. valószínűségszámítás gyakorlat

1. Egy minőségvizsgáló  $n = 10^5$  elemű mintát ellenőriz le egy termékből. A vizsgálat után milyen valószínűséggel állíthatjuk, hogy a mintából meghatározott selejtarány a készlet elméleti  $p$  selejtvalószínűségétől kevesebb, mint 0,01-el tér el?
2. Átlagosan 5000 csavar kerül egy dobozba egy csomagoló üzemben. A csavarok számának szórása a tapasztalat szerint 20 darab. Mit mondhatunk annak valószínűségéről, hogy egy dobozban a csavarok száma 4900 és 5100 közötti?
3. Legyen  $X \in N(0, 1)$ . Bizonyítsa be, hogy  $\mathbf{P}(X^2 \geq 5) \leq 0,2!$
4. Legyen  $X \in U(0, 4)$  és  $Z = (X - 2)^2$ . Bizonyítsa be, hogy  $\mathbf{P}(Z \geq 6) \leq \frac{2}{9}!$
5. Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat.  $p = ?$  Függetlenek-e  $X$  és  $Y$ ?

$Y \setminus X$	-1	0	1
-1	$p$	$3p$	$6p$
1	$5p$	$15p$	$30p$

6. Legyenek  $X, Y \in G(p)$  függetlenek. Adja meg a  $\mathbf{P}(X = Y)$  valószínűséget!
7. Az  $X \in U(0, 1)$  valószínűségi változó kettes számrendszerben felírva:  $X = 0, X_1 X_2 \dots$ . Függetlenek-e az  $X_1$  és  $X_2$  digitek?
8. Háromszor dobunk egy szabályos dobókockával.  $X$  a hatosok,  $Y$  a párosak száma. Mi  $X$  és  $Y$  együttes eloszlása? Függetlenek?
9. Kétszer feldobunk egy kockát.  $X$  az egyes,  $Y$  a hatos dobások száma. Legyen  $Z = 3X + Y$  és  $V = Y - X$ . Adjuk meg  $Z$  és  $V$  együttes és vetületi eloszlásait! Függetlenek?
10. Egy dobozban hat golyó van, 2 fehér, 2 zöld és 2 piros. Egyesével addig húzunk visszatevés nélkül a dobozból, amíg piros golyót nem kapunk. Jelölje  $X$  a kihúzott golyók számát,  $Y$  pedig a kísérletben kihúzott fehér színű golyók számát. Adja meg az együttes eloszlásuk táblázatát. Függetlenek?
11. IMSC\*  $X, Y \in Exp(1)$  függetlenek. Adjuk meg  $Q = \min\{X, Y\}$  és  $R = \max\{X, Y\}$  eloszlását! Függetlenek?

## 7. valószínűségszámítás gyakorlat

1. Egy minőségvizsgáló  $n = 10^5$  elemű mintát ellenőriz le egy termékből. A vizsgálat után milyen valószínűséggel állíthatjuk, hogy a mintából meghatározott selejtarány a készlet elméleti  $p$  selejtvalószínűségétől kevesebb, mint 0,01-el tér el?
2. Átlagosan 5000 csavar kerül egy dobozba egy csomagoló üzemben. A csavarok számának szórása a tapasztalat szerint 20 darab. Mit mondhatunk annak valószínűségéről, hogy egy dobozban a csavarok száma 4900 és 5100 közötti?
3. Legyen  $X \in N(0, 1)$ . Bizonyítsa be, hogy  $\mathbf{P}(X^2 \geq 5) \leq 0,2!$
4. Legyen  $X \in U(0, 4)$  és  $Z = (X - 2)^2$ . Bizonyítsa be, hogy  $\mathbf{P}(Z \geq 6) \leq \frac{2}{9}!$
5. Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat.  $p = ?$  Függetlenek-e  $X$  és  $Y$ ?

$Y \setminus X$	-1	0	1
-1	$p$	$3p$	$6p$
1	$5p$	$15p$	$30p$

6. Legyenek  $X, Y \in G(p)$  függetlenek. Adja meg a  $\mathbf{P}(X = Y)$  valószínűséget!
7. Az  $X \in U(0, 1)$  valószínűségi változó kettes számrendszerben felírva:  $X = 0, X_1 X_2 \dots$ . Függetlenek-e az  $X_1$  és  $X_2$  digitek?
8. Háromszor dobunk egy szabályos dobókockával.  $X$  a hatosok,  $Y$  a párosak száma. Mi  $X$  és  $Y$  együttes eloszlása? Függetlenek?
9. Kétszer feldobunk egy kockát.  $X$  az egyes,  $Y$  a hatos dobások száma. Legyen  $Z = 3X + Y$  és  $V = Y - X$ . Adjuk meg  $Z$  és  $V$  együttes és vetületi eloszlásait! Függetlenek?
10. Egy dobozban hat golyó van, 2 fehér, 2 zöld és 2 piros. Egyesével addig húzunk visszatevés nélkül a dobozból, amíg piros golyót nem kapunk. Jelölje  $X$  a kihúzott golyók számát,  $Y$  pedig a kísérletben kihúzott fehér színű golyók számát. Adja meg az együttes eloszlásuk táblázatát. Függetlenek?
11. IMSC\*  $X, Y \in Exp(1)$  függetlenek. Adjuk meg  $Q = \min\{X, Y\}$  és  $R = \max\{X, Y\}$  eloszlását! Függetlenek?