6. valószínűségszámítás gyakorlat

1. $X \in N(-5, \sigma)$ normális eloszlású valószínűségi változó, amiről tudjuk, hogy $\mathbf{P}(-5 \leq X < 0) = 0,3$. $\mathbf{P}(-5 < X < 4)$=?
2. Legyenek $X \in N(m, D)$ és $Z = \left(\frac{X-m}{D}\right)^2$. Számolja ki Z sűrűségfüggvényét!
3. Egy normális eloszlású valószínűségi változó $0,2$ valószínűséggel vesz fel 10-nél kisebb értéket és $0,3$ valószínűséggel 14-nél nagyobb értéket. Mik az eloszlás paraméterei?
4. Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f_X(t) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(t+2)^2}{2\pi}}$. Standardizáljuk X-et! $\mathbf{P}(X > -2) =$?
5. Legyen X valószínűségi változó olyan, hogy $R_X = \{0, 1, 2, ...\}$ és létezik $E(X)$. Bizonyítsa be, hogy $\mathbf{E}X = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(X \geq i)$.
6. Texasban a hőmérsékletet Fahrenheit fokokban mérik. Megállapították, hogy az ottani X hőmérséklet eloszlása nyaranta $N(86,\ 4)$. Hogyan változik meg az eloszlás, ha áttérünk a Celsius-skálára? ($\frac{5}{9}(X - 32)\ [^oF] = Y\ [^oC]$).
7. Egy berendezés élettartama normális eloszlású 6,3 év várható értékkel és 2 év szórással. Hány év garanciát adjunk, hogy 0,95 legyen annak a valószínűsége, hogy a berendezés csak a garanciális idő után hibásodik meg?
8. Milyen A paraméterre lesz az $f(t) = A \cdot e^{-t^2}, t \in \mathbf{R}$ sűrűségfüggvény? $\mathbf{P}(X < 0) =$? Mekkora X várható értéke és szórása?
9. Legyen $X \in Poi(\lambda)$, $Y \in G(p)$ és $Z \in N(0,1)$. Igazoljuk, hogy $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$, $\sigma(Y) = \frac{\sqrt{1-p}}{p}$ és $\sigma(Z) = 1$.
10. Legyen $X \in B\left(3, \frac{1}{4}\right)$, és $Y = X^3$ és $Z = X^2 + 1$. Mi Y és Z eloszlása, mennyi a várható értéke és a szórása?
11. Szabályos érmével dobunk, amíg egymás után két egyformát nem kapunk. Mennyi a dobások számának E-je és σ-ja?
12. Egy üzemben gyártott harisnyák között átlagosan minden ezredik selejtes. A harisnyákat kétszázasával dobozolják. 1000 dobozt véletlenszerűen kiválasztva, jelölje X az egyetlen selejtest sem tartalmazó dobozok számát! $\mathbf{E}(X) =$?, $\sigma^2(X) =$?
13. Legyen X Poisson-eloszlású $\lambda > 0$ paraméterrel, $Y = 2X + 1$. Adjuk meg Y várható értékét és szórásnégyzetét!
14. Legyen X 2 paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Adja meg az $\mathbf{E}(2 + X)^2$ és $\sigma^2(4 + 3X)$ mennyiségeket.
15. Legyen $X \in Exp(2)$ valószínűségi változó. Adja meg az $\mathbf{E}(3 + X)^2$ és $\sigma^2(5 + 2X)$ mennyiségeket.
16. Ha tudjuk, hogy $\mathbf{E}X = 1$ és $\sigma^2 X = 5$, akkor mennyi a.) $\mathbf{E}(2 + X)^2$ és b.) $\sigma^2(4 + 3X)$?
17. IMSC* Legyen $X \in Bin(n, p)$. Igazoljuk, hogy X szórása $\sqrt{npq}$!

6. valószínűségszámítás gyakorlat

1. $X \in N(-5, \sigma)$ normális eloszlású valószínűségi változó, amiről tudjuk, hogy $\mathbf{P}(-5 \leq X < 0) = 0,3$. $\mathbf{P}(-5 < X < 4)$=?
2. Legyenek $X \in N(m, D)$ és $Z = \left(\frac{X-m}{D}\right)^2$. Számolja ki Z sűrűségfüggvényét!
3. Egy normális eloszlású valószínűségi változó $0,2$ valószínűséggel vesz fel 10-nél kisebb értéket és $0,3$ valószínűséggel 14-nél nagyobb értéket. Mik az eloszlás paraméterei?
4. Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f_X(t) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(t+2)^2}{2\pi}}$. Standardizáljuk X-et! $\mathbf{P}(X > -2) =$?
5. Legyen X valószínűségi változó olyan, hogy $R_X = \{0, 1, 2, ...\}$ és létezik $E(X)$. Bizonyítsa be, hogy $\mathbf{E}X = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(X \geq i)$.
6. Texasban a hőmérsékletet Fahrenheit fokokban mérik. Megállapították, hogy az ottani X hőmérséklet eloszlása nyaranta $N(86,\ 4)$. Hogyan változik meg az eloszlás, ha áttérünk a Celsius-skálára? ($\frac{5}{9}(X - 32)\ [^oF] = Y\ [^oC]$).
7. Egy berendezés élettartama normális eloszlású 6,3 év várható értékkel és 2 év szórással. Hány év garanciát adjunk, hogy 0,95 legyen annak a valószínűsége, hogy a berendezés csak a garanciális idő után hibásodik meg?
8. Milyen A paraméterre lesz az $f(t) = A \cdot e^{-t^2}, t \in \mathbf{R}$ sűrűségfüggvény? $\mathbf{P}(X < 0) =$? Mekkora X várható értéke és szórása?
9. Legyen $X \in Poi(\lambda)$, $Y \in G(p)$ és $Z \in N(0,1)$. Igazoljuk, hogy $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$, $\sigma(Y) = \frac{\sqrt{1-p}}{p}$ és $\sigma(Z) = 1$.
10. Legyen $X \in B\left(3, \frac{1}{4}\right)$, és $Y = X^3$ és $Z = X^2 + 1$. Mi Y és Z eloszlása, mennyi a várható értéke és a szórása?
11. Szabályos érmével dobunk, amíg egymás után két egyformát nem kapunk. Mennyi a dobások számának E-je és σ-ja?
12. Egy üzemben gyártott harisnyák között átlagosan minden ezredik selejtes. A harisnyákat kétszázasával dobozolják. 1000 dobozt véletlenszerűen kiválasztva, jelölje X az egyetlen selejtest sem tartalmazó dobozok számát! $\mathbf{E}(X) =$?, $\sigma^2(X) =$?
13. Legyen X Poisson-eloszlású $\lambda > 0$ paraméterrel, $Y = 2X + 1$. Adjuk meg Y várható értékét és szórásnégyzetét!
14. Legyen X 2 paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Adja meg az $\mathbf{E}(2 + X)^2$ és $\sigma^2(4 + 3X)$ mennyiségeket.
15. Legyen $X \in Exp(2)$ valószínűségi változó. Adja meg az $\mathbf{E}(3 + X)^2$ és $\sigma^2(5 + 2X)$ mennyiségeket.
16. Ha tudjuk, hogy $\mathbf{E}X = 1$ és $\sigma^2 X = 5$, akkor mennyi a.) $\mathbf{E}(2 + X)^2$ és b.) $\sigma^2(4 + 3X)$?
17. IMSC* Legyen $X \in Bin(n, p)$. Igazoljuk, hogy X szórása $\sqrt{npq}$!