

5. valószínűségszámítás gyakorlat

1. Az egységintervallumot három egyforma részre osztunk az $\frac{1}{3}$ és $\frac{2}{3}$ osztópontok segítségével. Ezután véletlenszerűen, egymástól függetlenül pontokat választunk az egységintervallumban. Akkor fogunk megállni, ha a kiválasztott pont a középső részbe esett. Jelölje X a kiválasztott pontok számát. Mekkora a $\mathbf{P}(X < 5)$ valószínűség?
2. Az $[-1, 1] \times [-1, 1]$ négyzeten egymás után sorsolunk ki véletlen pontokat. Akkor állunk meg, amikor az első kisorsolt pont belesik az origó középpontú egységkörbe. Mi a pontok számának eloszlása?
3. Addig dobunk egy szabályos kockával, amíg 3-nál kisebb számot nem kapunk. Jelölje X az ehhez szükséges dobások számát! Melyik valószínűség a nagyobb: $\mathbf{P}(2 \leq X \leq 3)$ vagy $\mathbf{P}(X \geq 3)$?
4. Egy szabályos pénzérmét addig dobunk fel újra és újra, míg meg nem kapjuk a második *fej*et is. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első *fej* után a második *fej*ig ugyanannyi dobásra van szükség, mint ahány kellett az elsőig?
5. Legyenek $X, Y, Z \in U(0, 1)$ valószínűségi változók. Mi annak a valószínűsége, hogy szerkeszthető háromszög, aminek oldalhosszai éppen a valószínűségi változók értékei.
6. Legyen $X \in U(0, 1)$, és $Y = \sqrt{2X}$. Adja meg Y sűrűségfüggvényét!
7. Legyen $X \in U(0, 1)$ és $Y = \arctg X$. Számolja ki Y sűrűségfüggvényét!
8. Legyen $X \in U(0, 1)$ (a 0-1 intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó) és $f(t) = \frac{1}{t+3}, t \in [0, 1]$ egy függvény. Mekkora valószínűséggel fog az $Y = f(X)$ valószínűségi változó $\frac{7}{24}$ -nél nagyobb értéket felvenni?
9. Legyen $X \in E(\lambda)$ és $Y = X^2$. Adja meg Y sűrűségfüggvényét!
10. Egy szobában van öt telefon. Bármelyik telefon várhatóan 1 óra múlva fog csörögni (egymástól függetlenek). Mennyi az esélye annak, hogy egy órán belül pontosan két telefonkészülék fog csörögni?
11. A Mosó márkájú mosógépek átlagosan 2 évig bírják az első meghibásodásig. András és Bíbor egyidőben vettek mosógépet, de Andrásé valamivel később tönkrement, ekkor a garancia miatt kapott egy újat. Mi a valószínűsége, hogy András új gépe előbb hibásodik meg, mint Bíboré? Mi annak a valószínűsége, hogy Bíbor gépe legalább 2 évvel később lesz először hibás, mint ahogy András új gépe?
12. X sűrűségfüggvénye $f_X(t) = \frac{t}{2}$, ha $t \in (0, 2)$, egyébként 0. Generáljunk $Y \in U(0, 1)$ valószínűségi változót X -ből!
13. Az autók fogyasztását Amerikában mérföld/gallon-ban (*mpg*) fejezik ki, azaz megadják hány mérföldet tesz meg a gépjármű egy gallon üzemanyaggal. Európában, mint ismeretes a fogyasztást liter/100 km formában adják meg. Egy Fordról tudjuk hogy az X *mpg* fogyasztását az $f(x)$ sűrűségfüggvény jellemzi. Hogyan kell transzformálnunk $f(x)$ -et, ha áttérünk a liter/100 km skálára? (1 mérföld= a km, 1 gallon= b liter, ahol $a = 1,609$ és $b = 3,785$).
14. Az emberek testmagassága folytonos eloszlású, ahol a medián és a várható érték megegyezik. Mekkora valószínűséggel lesz egy tíz tagú társaság többsége magasabb az átlagnál?
15. * Az $X \in U(0, 1)$ valószínűségi változó segítségével generáljunk $Y \in G(0,25)$ eloszlású valószínűségi változót!

5. valószínűségszámítás gyakorlat

1. Az egységintervallumot három egyforma részre osztunk az $\frac{1}{3}$ és $\frac{2}{3}$ osztópontok segítségével. Ezután véletlenszerűen, egymástól függetlenül pontokat választunk az egységintervallumban. Akkor fogunk megállni, ha a kiválasztott pont a középső részbe esett. Jelölje X a kiválasztott pontok számát. Mekkora a $\mathbf{P}(X < 5)$ valószínűség?
2. Az $[-1, 1] \times [-1, 1]$ négyzeten egymás után sorsolunk ki véletlen pontokat. Akkor állunk meg, amikor az első kisorsolt pont belesik az origó középpontú egységkörbe. Mi a pontok számának eloszlása?
3. Addig dobunk egy szabályos kockával, amíg 3-nál kisebb számot nem kapunk. Jelölje X az ehhez szükséges dobások számát! Melyik valószínűség a nagyobb: $\mathbf{P}(2 \leq X \leq 3)$ vagy $\mathbf{P}(X \geq 3)$?
4. Egy szabályos pénzérmét addig dobunk fel újra és újra, míg meg nem kapjuk a második *fej*et is. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első *fej* után a második *fej*ig ugyanannyi dobásra van szükség, mint ahány kellett az elsőig?
5. Legyenek $X, Y, Z \in U(0, 1)$ valószínűségi változók. Mi annak a valószínűsége, hogy szerkeszthető háromszög, aminek oldalhosszai éppen a valószínűségi változók értékei.
6. Legyen $X \in U(0, 1)$, és $Y = \sqrt{2X}$. Adja meg Y sűrűségfüggvényét!
7. Legyen $X \in U(0, 1)$ és $Y = \arctg X$. Számolja ki Y sűrűségfüggvényét!
8. Legyen $X \in U(0, 1)$ (a 0-1 intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó) és $f(t) = \frac{1}{t+3}, t \in [0, 1]$ egy függvény. Mekkora valószínűséggel fog az $Y = f(X)$ valószínűségi változó $\frac{7}{24}$ -nél nagyobb értéket felvenni?
9. Legyen $X \in E(\lambda)$ és $Y = X^2$. Adja meg Y sűrűségfüggvényét!
10. Egy szobában van öt telefon. Bármelyik telefon várhatóan 1 óra múlva fog csörögni (egymástól függetlenek). Mennyi az esélye annak, hogy egy órán belül pontosan két telefonkészülék fog csörögni?
11. A Mosó márkájú mosógépek átlagosan 2 évig bírják az első meghibásodásig. András és Bíbor egyidőben vettek mosógépet, de Andrásé valamivel később tönkrement, ekkor a garancia miatt kapott egy újat. Mi a valószínűsége, hogy András új gépe előbb hibásodik meg, mint Bíboré? Mi annak a valószínűsége, hogy Bíbor gépe legalább 2 évvel később lesz először hibás, mint ahogy András új gépe?
12. X sűrűségfüggvénye $f_X(t) = \frac{t}{2}$, ha $t \in (0, 2)$, egyébként 0. Generáljunk $Y \in U(0, 1)$ valószínűségi változót X -ből!
13. Az autók fogyasztását Amerikában mérföld/gallon-ban (*mpg*) fejezik ki, azaz megadják hány mérföldet tesz meg a gépjármű egy gallon üzemanyaggal. Európában, mint ismeretes a fogyasztást liter/100 km formában adják meg. Egy Fordról tudjuk hogy az X *mpg* fogyasztását az $f(x)$ sűrűségfüggvény jellemzi. Hogyan kell transzformálnunk $f(x)$ -et, ha áttérünk a liter/100 km skálára? (1 mérföld= a km, 1 gallon= b liter, ahol $a = 1,609$ és $b = 3,785$).
14. Az emberek testmagassága folytonos eloszlású, ahol a medián és a várható érték megegyezik. Mekkora valószínűséggel lesz egy tíz tagú társaság többsége magasabb az átlagnál?
15. * Az $X \in U(0, 1)$ valószínűségi változó segítségével generáljunk $Y \in G(0,25)$ eloszlású valószínűségi változót!