

13. valószínűesszámítás gyakorlat

1. Egy szerepjátékban 10 oldalú kockával dobunk egy támadás sebzésének meghatározásához. Ha 1-et dobunk, akkor nem találjuk el az ellenfelet, ha 2-t, akkor 1HP-t sebzünk, ha 3,4-et, akkor 2HP-t, ha 5,6,7-et, akkor 3HP-t, ha 8,9-et, akkor 4HP-t, és 5HP-t ha 10-et dobunk. Mi a valószínűsége, hogy pontosan 3 támadás alatt fogunk végezni ellenfelünkkel, ha 12HP-ja van?

III.12 Egy 32 lapos magyarkártya-csomagból kihúzzunk visszatevés nélkül 10 lapot. Legyen X_p, X_z, X_t, X_m rendre a kihúzott piros, zöld, tök és makk színű lapok száma! Adja meg $(X_p, X_z, X_t, X_m)^T$ vektor együttes eloszlását! Igaz-e, hogy $\mathbf{P}(X_p < X_z) = \frac{1}{2}$?

III.60 $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi d^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2d^2}\right)$. Határozza meg a $Z = \max\{|X|, |Y|\}$ sűrűségfüggvényét!

III.63 X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várható érték vektorral és $\underline{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ kovarianciamátrixszal. Fejezze ki az $\mathbf{E}(Y | X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\Sigma}$ komponensei és X segítségével!

III.77 Határozza meg az $f_{X|Y}(x | y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha az együttes sűrűségfüggvény $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{2}{3}(x^2-xy+y^2)}$!

III.96 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $\mathbf{E}(U | V)$ feltételes valószínűsége!

III.108 Számolja ki az $f_{X|Y}(x | y)$ és az $f_{Y|X}(y | x)$ feltételes sűrűségfüggvényeket, ha az együttes sűrűségfüggvény $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2-2xy+2y^2)}$, $x, y \in \mathbf{R}$.

III. 133 Legyen az $(X, Y)^T$ valószínűségi változó pár együttes sűrűségfüggvénye:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} + \frac{xy}{2\pi e}, & \text{ha } x, y \in [-1, 1] \\ \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}, & \text{egyébként} \end{cases}$$

a.) Adja meg a peremsűrűségfüggvényeket! b.) Kétdimenziós normális eloszlású-e $(X, Y)^T$?

III.156 Véletlenszerűen kiválasztunk 5 pontot az egységnyi területű négyzeten. Jelölje X a $[0, \frac{1}{2}] \times [0, \frac{1}{2}]$ négyzetbe eső pontok számát, Y pedig az $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ középpontú, $R = \frac{1}{2}$ sugarú kör belsejébe eső pontok számát. Számolja ki a $\mathbf{P}(X = 3, Y = 2)$ valószínűsége!

13. valószínűesszámítás gyakorlat

1. Egy szerepjátékban 10 oldalú kockával dobunk egy támadás sebzésének meghatározásához. Ha 1-et dobunk, akkor nem találjuk el az ellenfelet, ha 2-t, akkor 1HP-t sebzünk, ha 3,4-et, akkor 2HP-t, ha 5,6,7-et, akkor 3HP-t, ha 8,9-et, akkor 4HP-t, és 5HP-t ha 10-et dobunk. Mi a valószínűsége, hogy pontosan 3 támadás alatt fogunk végezni ellenfelünkkel, ha 12HP-ja van?

III.12 Egy 32 lapos magyarkártya-csomagból kihúzzunk visszatevés nélkül 10 lapot. Legyen X_p, X_z, X_t, X_m rendre a kihúzott piros, zöld, tök és makk színű lapok száma! Adja meg $(X_p, X_z, X_t, X_m)^T$ vektor együttes eloszlását! Igaz-e, hogy $\mathbf{P}(X_p < X_z) = \frac{1}{2}$?

III.60 $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi d^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2d^2}\right)$. Határozza meg a $Z = \max\{|X|, |Y|\}$ sűrűségfüggvényét!

III.63 X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várható érték vektorral és $\underline{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ kovarianciamátrixszal. Fejezze ki az $\mathbf{E}(Y | X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\Sigma}$ komponensei és X segítségével!

III.77 Határozza meg az $f_{X|Y}(x | y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha az együttes sűrűségfüggvény $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{2}{3}(x^2-xy+y^2)}$!

III.96 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $\mathbf{E}(U | V)$ feltételes valószínűsége!

III.108 Számolja ki az $f_{X|Y}(x | y)$ és az $f_{Y|X}(y | x)$ feltételes sűrűségfüggvényeket, ha az együttes sűrűségfüggvény $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2-2xy+2y^2)}$, $x, y \in \mathbf{R}$.

III. 133 Legyen az $(X, Y)^T$ valószínűségi változó pár együttes sűrűségfüggvénye:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} + \frac{xy}{2\pi e}, & \text{ha } x, y \in [-1, 1] \\ \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}, & \text{egyébként} \end{cases}$$

a.) Adja meg a peremsűrűségfüggvényeket! b.) Kétdimenziós normális eloszlású-e $(X, Y)^T$?

III.156 Véletlenszerűen kiválasztunk 5 pontot az egységnyi területű négyzeten. Jelölje X a $[0, \frac{1}{2}] \times [0, \frac{1}{2}]$ négyzetbe eső pontok számát, Y pedig az $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ középpontú, $R = \frac{1}{2}$ sugarú kör belsejébe eső pontok számát. Számolja ki a $\mathbf{P}(X = 3, Y = 2)$ valószínűsége!