

12. valószínűségszámítás gyakorlat

1. X és Y együttes sűrűségfüggvénye: $f_{X,Y}(x,y) = 10x^2y, 0 \leq y \leq x \leq 1$. Adja meg az $f_{Y|X}$ feltételes sűrűségfüggvényt!
2. X és Y együttes sűrűségfüggvénye: $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{12}{5}(x^2 - xy + y^2) & , \text{ ha } x,y \in (0,1) \\ 0 & , \text{ egyébként} \end{cases}$ Adja meg, az $f_{X|Y}(x|y)$ sűrűségfüggvényt, a kovarianciamátrixot, az X -nek Y -ra vonatkozó regressziós függvényét és lineáris regresszióját!
3. Háromszor dobunk egy szabályos kockával. X a legkisebb, Y a legnagyobb érték. Adja meg az $\mathbf{E}(X|Y=3)$ -t!
4. n -szer dobunk szabályos kockával. Jelölje X a hatos, Y pedig a páros dobások számát! Számolja ki az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót!
5. $f_{X,Y}(u,v) = \frac{4}{3}(u^2 - uv + 2v^2), u,v \in (0,1)$. Adja meg az $\mathbf{E}(X|Y)$ regressziót!
6. Addig dobunk szabályos kockával, amíg hatost nem kapunk. X a dobások, Y pedig az egyesek száma. $\mathbf{E}(Y|X)=?$
7. $f_{X,Y}(x,y) = \frac{4}{5}(x+y+xy)$, ha $0 < x < 1$ és $0 < y < 1$. (Különben $f_{X,Y}(x,y) = 0$.) Adja meg az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót.
8. Feldobunk tíz kockát. X a hatosok, Y a hárommal oszthatók számát jelöli. Adja meg az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót!
9. Legyenek $X, Y \in E(1)$ függetlenek, $Z = Y^2 \lg X - \frac{Y}{X}$. Számolja ki az $\mathbf{E}(Z|X)$ regressziót!
10. Határozza meg az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}e^{-\frac{2}{3}(x^2 - xy + y^2)}$!
11. Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $Z = 3X + Y$. Számolja ki az $\mathbf{E}(Z|X)$ regressziót!
12. Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $\mathbf{E}(U|V)$ regressziót!
13. X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várható érték vektorral és $\underline{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ kovarianciamátrixszal. Fejezze ki az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\Sigma}$ komponensei és X segítségével!
14. Számolja ki az $f_{X|Y}(x|y)$ és az $f_{Y|X}(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényeket, ha $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi}e^{-\frac{1}{2}(x^2 - 2xy + 2y^2)}$
15. Az $(X,Y)^T$ pár együttes sűrűségfüggvénye: $f(x,y) = \frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} + \frac{xy}{2\pi e}$, ha $x,y \in [-1,1]$; $\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$, egyébként.
a.) Adja meg a peremsűrűségfüggvényeket! b.) Kétdimenziós normális eloszlású-e $(X,Y)^T$?

12. valószínűségszámítás gyakorlat

1. X és Y együttes sűrűségfüggvénye: $f_{X,Y}(x,y) = 10x^2y, 0 \leq y \leq x \leq 1$. Adja meg az $f_{Y|X}$ feltételes sűrűségfüggvényt!
2. X és Y együttes sűrűségfüggvénye: $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{12}{5}(x^2 - xy + y^2) & , \text{ ha } x,y \in (0,1) \\ 0 & , \text{ egyébként} \end{cases}$ Adja meg, az $f_{X|Y}(x|y)$ sűrűségfüggvényt, a kovarianciamátrixot, az X -nek Y -ra vonatkozó regressziós függvényét és lineáris regresszióját!
3. Háromszor dobunk egy szabályos kockával. X a legkisebb, Y a legnagyobb érték. Adja meg az $\mathbf{E}(X|Y=3)$ -t!
4. n -szer dobunk szabályos kockával. Jelölje X a hatos, Y pedig a páros dobások számát! Számolja ki az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót!
5. $f_{X,Y}(u,v) = \frac{4}{3}(u^2 - uv + 2v^2), u,v \in (0,1)$. Adja meg az $\mathbf{E}(X|Y)$ regressziót!
6. Addig dobunk szabályos kockával, amíg hatost nem kapunk. X a dobások, Y pedig az egyesek száma. $\mathbf{E}(Y|X)=?$
7. $f_{X,Y}(x,y) = \frac{4}{5}(x+y+xy)$, ha $0 < x < 1$ és $0 < y < 1$. (Különben $f_{X,Y}(x,y) = 0$.) Adja meg az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót.
8. Feldobunk tíz kockát. X a hatosok, Y a hárommal oszthatók számát jelöli. Adja meg az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót!
9. Legyenek $X, Y \in E(1)$ függetlenek, $Z = Y^2 \lg X - \frac{Y}{X}$. Számolja ki az $\mathbf{E}(Z|X)$ regressziót!
10. Határozza meg az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}e^{-\frac{2}{3}(x^2 - xy + y^2)}$!
11. Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $Z = 3X + Y$. Számolja ki az $\mathbf{E}(Z|X)$ regressziót!
12. Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $\mathbf{E}(U|V)$ regressziót!
13. X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várható érték vektorral és $\underline{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ kovarianciamátrixszal. Fejezze ki az $\mathbf{E}(Y|X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\Sigma}$ komponensei és X segítségével!
14. Számolja ki az $f_{X|Y}(x|y)$ és az $f_{Y|X}(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényeket, ha $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi}e^{-\frac{1}{2}(x^2 - 2xy + 2y^2)}$
15. Az $(X,Y)^T$ pár együttes sűrűségfüggvénye: $f(x,y) = \frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} + \frac{xy}{2\pi e}$, ha $x,y \in [-1,1]$; $\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$, egyébként.
a.) Adja meg a peremsűrűségfüggvényeket! b.) Kétdimenziós normális eloszlású-e $(X,Y)^T$?