10. valószínűségszámítás gyakorlat

1. Legyen $X \in Exp(4)$. X kiértékelése után választunk egy $\alpha \in U(0, \frac{1}{X})$ számot. Mi annak a valószínűsége, hogy $\alpha < 2$?
2. Egy érme p valószínűséggel landol a fej oldalán, ahol p egyenletesen helyezkedhet el az $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ intervallumon. Ezzel az érmével az első fejig folytatva az érmedobás kísérletet, mi a valószínűsége, hogy legfeljebb öt dobás fog kelleni?
3. Háromszor dobunk egy szabályos dobókockával. X a kapott hatosok száma, Y a kapott páros értékek száma. Adja meg X és Y együttes eloszlását, kovariancia mátrixukat. Függetlenek-e X és Y?
4. Legyen $X \in Exp\,(2)$. Határozza meg a $cov\left(X, X^2\right)$ számot!
5. Egy kalapban egy-egy cédulára fel vannak írva az $1, 2, 3$ számjegyek. Egymás után, visszatevés nélkül kiveszünk két cédulát. X az első, Y a második húzás eredménye. Adja meg $R\,(X, Y)$-t! Függetlenek-e X és Y?
6. Bizonyítsa be, ha X és Y azonos szórású valószínűségi változók, akkor $X + Y$ és $X - Y$ korrelálatlanok!
7. Legyenek $X, Y \in N\,(0, 1)$ függetlenek! $V = X + Y$ és $W = X - Y + 1$. Adja meg a $(V, W)^T$ vektor kovarianciamátrixát!
8. Legyenek X, Y független valószínűségi változók, ahol $\mathbf{E}X = 4, \mathbf{E}Y = 0, \sigma^2 X = 1, \sigma^2 Y = 2$. Határozza meg az alábbi mennyiségeket: $\mathbf{E}\,(5X - 6Y)$, $\mathbf{E}XY$, $\sigma^2\,(5X - 6Y + 8)$, $cov\,(5X, 6Y)$!
9. Legyen $X \in N\,(-4, 2)\,, Y = 3X + 1, Z = X^2 - 1$. Számolja ki $cov\,(Y, Z)$-t!
10. Legyenek $X, Y \in Po\,(2)$ függetlenek. Számolja ki az $R\,(X, X + Y - 1)$ korrelációs együtthatót!
11. Legyen $X \in N\,(m, D)\,, Y = 3X + 8, Z = 5 - 2X$. Számolja ki az $R\,(Y, Z)$ korrelációs együtthatót!
12. A kovariancia tulajdonságaiból bizonyítsa be, hogy tetszőleges A, B eseményekre $|\mathbf{P}\,(AB) - \mathbf{P}\,(A)\,\mathbf{P}\,(B)| \leq \frac{1}{4}$ teljesül!
13. $X, Y \in U\,(0, 1)$ függetlenek, $Z_1 = XY$ és $Z_2 = X + Y$. Adja meg a (Z_1, Z_2) kovarianciamátrixát és várható érték-vektorát!
14. Két kockával dobunk. X az egyesek száma, Y a dobott összeg. $cov(X, Y) = ?$
15. Legyen $X \in U(0, 2)$. $Y = \cos X$ és $Z = \sin X$. Határozzuk meg $cov(Y, Z)$-t! Függetlenek-e Y és Z?
16. Legyen X exponenciális eloszlású $\lambda = 3$ paraméterrel, Y pedig normális eloszlású $m = -1$ és $\sigma = 2$ paraméterekkel. Tudjuk, hogy X és Y függetlenek egymástól. a.) $cov\,(X - 2Y, X + 2Y) = ?$b.) $\mathbf{E}\,(2X - 4Y) = ?$c.) $\sigma^2\,(2X - 4Y + 153) = ?$
17. *IMSC* Egy szigeten a szúnyogpopuláció mérete évenként ingadozó. Annak a P valószínűsége, hogy Andrást egy nap alatt a szigeten nem csípi meg szúnyog, az éves populációtól függ: $f_P(x) = 4x^3$, ahol $0 < x < 1$. Mi annak a valószínűsége, hogy jövő nyáron az 1 hetes kirándulás alatt Andrást legfeljebb két napon csípi meg több, mint egy szúnyog?

10. valószínűségszámítás gyakorlat

1. Legyen $X \in Exp(4)$. X kiértékelése után választunk egy $\alpha \in U(0, \frac{1}{X})$ számot. Mi annak a valószínűsége, hogy $\alpha < 2$?
2. Egy érme p valószínűséggel landol a fej oldalán, ahol p egyenletesen helyezkedhet el az $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ intervallumon. Ezzel az érmével az első fejig folytatva az érmedobás kísérletet, mi a valószínűsége, hogy legfeljebb öt dobás fog kelleni?
3. Háromszor dobunk egy szabályos dobókockával. X a kapott hatosok száma, Y a kapott páros értékek száma. Adja meg X és Y együttes eloszlását, kovariancia mátrixukat. Függetlenek-e X és Y?
4. Legyen $X \in Exp\,(2)$. Határozza meg a $cov\left(X, X^2\right)$ számot!
5. Egy kalapban egy-egy cédulára fel vannak írva az $1, 2, 3$ számjegyek. Egymás után, visszatevés nélkül kiveszünk két cédulát. X az első, Y a második húzás eredménye. Adja meg $R\,(X, Y)$-t! Függetlenek-e X és Y?
6. Bizonyítsa be, ha X és Y azonos szórású valószínűségi változók, akkor $X + Y$ és $X - Y$ korrelálatlanok!
7. Legyenek $X, Y \in N\,(0, 1)$ függetlenek! $V = X + Y$ és $W = X - Y + 1$. Adja meg a $(V, W)^T$ vektor kovarianciamátrixát!
8. Legyenek X, Y független valószínűségi változók, ahol $\mathbf{E}X = 4, \mathbf{E}Y = 0, \sigma^2 X = 1, \sigma^2 Y = 2$. Határozza meg az alábbi mennyiségeket: $\mathbf{E}\,(5X - 6Y)$, $\mathbf{E}XY$, $\sigma^2\,(5X - 6Y + 8)$, $cov\,(5X, 6Y)$!
9. Legyen $X \in N\,(-4, 2)\,, Y = 3X + 1, Z = X^2 - 1$. Számolja ki $cov\,(Y, Z)$-t!
10. Legyenek $X, Y \in Po\,(2)$ függetlenek. Számolja ki az $R\,(X, X + Y - 1)$ korrelációs együtthatót!
11. Legyen $X \in N\,(m, D)\,, Y = 3X + 8, Z = 5 - 2X$. Számolja ki az $R\,(Y, Z)$ korrelációs együtthatót!
12. A kovariancia tulajdonságaiból bizonyítsa be, hogy tetszőleges A, B eseményekre $|\mathbf{P}\,(AB) - \mathbf{P}\,(A)\,\mathbf{P}\,(B)| \leq \frac{1}{4}$ teljesül!
13. $X, Y \in U\,(0, 1)$ függetlenek, $Z_1 = XY$ és $Z_2 = X + Y$. Adja meg a (Z_1, Z_2) kovarianciamátrixát és várható érték-vektorát!
14. Két kockával dobunk. X az egyesek száma, Y a dobott összeg. $cov(X, Y) = ?$
15. Legyen $X \in U(0, 2)$. $Y = \cos X$ és $Z = \sin X$. Határozzuk meg $cov(Y, Z)$-t! Függetlenek-e Y és Z?
16. Legyen X exponenciális eloszlású $\lambda = 3$ paraméterrel, Y pedig normális eloszlású $m = -1$ és $\sigma = 2$ paraméterekkel. Tudjuk, hogy X és Y függetlenek egymástól. a.) $cov\,(X - 2Y, X + 2Y) = ?$b.) $\mathbf{E}\,(2X - 4Y) = ?$c.) $\sigma^2\,(2X - 4Y + 153) = ?$
17. *IMSC* Egy szigeten a szúnyogpopuláció mérete évenként ingadozó. Annak a P valószínűsége, hogy Andrást egy nap alatt a szigeten nem csípi meg szúnyog, az éves populációtól függ: $f_P(x) = 4x^3$, ahol $0 < x < 1$. Mi annak a valószínűsége, hogy jövő nyáron az 1 hetes kirándulás alatt Andrást legfeljebb két napon csípi meg több, mint egy szúnyog?