

1. A $[-1, 1] \times [-1, 1]$ négyzeten egymás után sorsolunk ki véletlen pontokat. Akkor állunk meg, amikor az első kisorsolt pont beleesik az origó középpontú egységkörbe. Mi a pontok számának eloszlása?
 2. Addig dobunk egy szabályos kockával, amíg 3-nál kisebb számot nem kapunk. Jelölje X az ehhez szükséges dobások számát!
 - a) Melyik valószínűség a nagyobb: $P(2 \leq X \leq 3)$ vagy $P(X > 3)$?
 - b) Mennyi X várható értéke és szórása?
 3. Az egységintervallumot három egyforma részre osztjuk az $\frac{1}{3}$ és $\frac{2}{3}$ osztópontok segítségével. Ezután ismételtlen véletlenszerűen, egymástól függetlenül pontokat választunk az egységintervallumban. Akkor fogunk megállni, ha a kiválasztott pont a középső részbe esett. Jelölje X a kiválasztott pontok számát. Mekkora a $P(X < 5)$ valószínűség?
 4. A véletlen kísérlet az, hogy 5 darab dobozba véletlenszerűen golyókat helyezünk el úgy, hogy minden elhelyezésnél bármelyik doboz kiválasztása egyformán valószínű. Akkor állunk meg, ha észre vesszük, hogy az egyes számú dobozba bekerült az első golyó. Jelölje X a kísérlet befejeződéskor az elhelyezett golyók számát. Adjuk meg az X eloszlását!
-
5. Ha tudjuk, hogy $E(X) = 1$ és $\sigma^2(X) = 5$, akkor mennyi
 - a.) $E((2 + X)^2)$
 - b.) $\sigma^2(4 + 3X)$?
 6. Legyen $X \sim B(3, \frac{1}{4})$ és $Y = X^3$. Mi Y eloszlása, és mennyi a várható értéke és szórása?
 7. V'19 Tegyük fel, hogy az X valószínűségi változó a $(0, 3)$ intervallumon vesz fel értékeket. Eloszlásfüggvénye ezen az intervallumon $F_X(t) = A \cdot t$.
 - a) Adjuk meg A értékét!
 - b) Rajzoljuk fel X eloszlásfüggvényét!
 - c) Mennyi a valószínűsége, hogy X értéke 2 és 5 közé esik?
 - d) Adjuk meg X sűrűségfüggvényét!
 8. Tekintsük az $f(x) = A \cdot x^4$, $x \in (0, 1)$, ($f(x) = 0$ egyébként) valós függvényt.
 - a) Milyen A paraméterérték mellett lesz ez sűrűségfüggvény?
 - b) Adjuk meg ebben az esetben a megfelelő eloszlásfüggvényt.
 - c) Ha X jelöli a sűrűségfüggvényhez tartozó valószínűségi változót, akkor adjuk meg, milyen valószínűséggel vesz fel X $\frac{1}{2}$ -nél nagyobb értéket?
 - d) Mennyi X várható értéke?
 - e) Mennyi X szórása?
-
9. Egy úton az első útfelbontás helye egyenletes eloszlású valószínűségi változó. Az első útfelbontás 0 és 15 kilométer között bárhol lehet.
 - a) Átlagosan hol találjuk az első útfelbontást?
 - b) Mennyi az esélye, hogy az első útfelbontás a várható értékén túl található?
 - c) Feltéve, hogy 7 kilométeren belül nincs útfelbontás, mennyi az esélye, hogy az első útfelbontás 10 kilométeren belül van?
 10. Véletlenül választunk egy számot a $[0, 2]$ intervallumból. Legyen X a pont távolsága az intervallum közelebbi végpontjától.
 - a) Adjuk meg X eloszlásfüggvényét!
 - b) Adjuk meg X sűrűségfüggvényét!
 - c) Milyen eloszlású az X valószínűségi változó?
 - d) Mennyi X várható értéke?
 - e) Mennyi X szórása?
-

11. Egy alkatrész élettartama 1000 órában mérve exponenciális eloszlású valószínűségi változó, $\frac{1}{2}$ paraméterrel.
 - a) Mennyi a valószínűsége, hogy 2000 óra után romlik el az alkatrész?
 - b) Mennyi az alkatrész élettartamának várható értéke és szórása?
12. V'19 Egy helyen a kiszolgálási idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó, 4 perc várható értékkel. Mennyi a valószínűsége, hogy 2 percnél tovább, de 5 percnél kevesebb ideig tart, hogy kiszolgáljanak?
13. Egy adott típusú radioaktív atom élettartama években mérve exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Az atom 32 év leforgása alatt 0,5 valószínűséggel bomlik el.
 - a) Mennyi az esélye, hogy az atom nem bomlik el 24 év alatt?
 - b) Mennyi időn belül bomlik el az atom 0,95 valószínűséggel?
14. Egy benzinkútnál a tankolásnál a várakozási idő hossza exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Annak a valószínűsége, hogy a tankolásra 6 percnél többet kell várni, a tapasztalatok szerint 0,1. Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen a kúthoz érkezve 3 percen belül sorra kerülünk?
15. Legyen X egy 2 paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Adja meg az $E((3 + X)^2)$ és $\sigma^2(5 + 2X)$ mennyiségeket, amennyiben léteznek.
16. Egy X valószínűségi változó várható értéke és szórása is 1. Melyik esetben valószínűbb, hogy $X > 1$, akkor, ha X eloszlása egyenletes, vagy akkor, ha exponenciális?