

# A 2020. évi Kőnig Dénes Diszkrét Matematika Verseny feladatai

## Feladatok

1. Miután Piréziában enyhítették a kijárási korlátozást, kötelezővé tették a maszkviselést. Mivel ebben sem szeretnék az egyébként rendkívül fegyelmezett polgárokat feleslegesen korlátozni, mindenki szabadon eldöntheti, hogy narancssárga vagy nemzetiszínű maszkot kíván-e viselni. A piréz amellet, hogy rendszerető, szorgos és alkalmazkodó nép, néhány további sajátos vonással rendelkezik. Például aktív a facebookon: minden piréz minden reggel feltölt magáról egy szelfit és délután megnézi az összes ismerősének az aznap feltöltött képét. Természetesen minden piréz minden nap olyan színű maszkot hord, amelyet a facebook-ismerősei többsége az előző napon viselt. (Különös módon minden piréznek páratlan számú piréz facebook-ismerőse van.)

Bizonyítsuk be, hogy előbb-utóbb lesz olyan nap, amikor minden piréz a két nappal azelőtti maszkjával azonos színű maszkban lesz.

(Közismert, hogy Piréziában facebook-ismeretséget nem lehet megszüntetni.)

2. Pirézia bölcs elnökének javaslatára országának mind az  $n$  polgára egy-egy (pozitív egész) azonosító számot kap. A köztisztelőben álló elnök azonosító száma véletlenül épp a kedvenc száma lett, és az ezt követő  $n - 1$  egész lett kiosztva a többi piréznek.

Bizonyítsuk be, hogy található pirézek egy nemüres halmaza úgy, hogy a halmazba tartozók azonosító számainak összege  $\binom{n+1}{2}$ -vel osztható.

3. Bizonyítsuk be, hogy minden 101-csúcsú, 50-reguláris, egyszerű gráfnak van Hamilton-köre.

## Versenyfeltételek és tudnivalók

A Kőnig Dénes Diszkrét Matematika Versenyen a BME VIK hallgatói vehetnek részt. A különleges helyzetre tekintettel a versenyt az alábbi szabályok szerint bonyolítjuk le.

A verseny kezdete: 2020. május 1., 12 óra.

A dolgozatok beadási határideje: 2020. május 10., 23:59.

A dolgozat beadásának módja: egyetlen (észszerű méretű) pdf fájl elküldése a `balazs.barbara.a+KDDM@gmail.com` e-mail címre.

Minden versenyző helyesen és jól olvashatóan tüntesse fel a nevét, neptun kódját, szakját és évfolyamát a beadott dolgozat minden lapjának első oldalán, lehetőleg a jobb felső sarokban. Kérjük a versenyzőket, hogy egyértelmű áthúzással jelezzék dolgozatukban a hibásnak ítélt részeket. A versenydolgozat beadása nem kötelező. Kérjük, hogy minden versenyző regisztráljon a [https://vik.hk/verseny/konig-denes-diszkret-matematika\\_2020\\_tavasz/](https://vik.hk/verseny/konig-denes-diszkret-matematika_2020_tavasz/) linkről nyíló úrlapon. A kijavított dolgozatokba betekintést biztosítunk. Erről a beadáshoz megadott e-mail címen kaphatnak további tájékoztatást az érintett versenyzők.

A versenyzők a feladatokon önállóan, más személy vagy versenyző bármiféle segítségének igénybe vétele nélkül dolgozhatnak. Kérjük ezért, hogy a fenti beadási határidő letelte előtt se a versenyzők egymással, se pedig más személy a versenyzőkkel egyáltalán ne kommunikáljon a verseny feladatairól. A versenyzők számára bármiféle nem interaktív, offline segítség (tankönyv, jegyzet, statikus internetes tartalom) felhasználása megengedett. Ezúton tájékoztatjuk a versenyzőket arról, hogy a különleges körülmények miatt az idei versenyen a versenybizottság szándékai szerint szokatlanul nehéz feladatok szerepelnek, így még komoly versenytapasztalat birtokában sem könnyű érdemi eredményt elérni. Éppen ezért a versenybizottság fenntartja annak a lehetőségét, hogy a verseny végeztével egyetlen versenyzőt se díjazzon.

A verseny díjazottjait a regisztráció során megadott e-mail címen értesíti a dékáni hivatal.

**Jó munkát kíván**

*a versenybizottság*