

Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA09)

2. PZH (2024.05.27., 8:00-10:00, IB025)

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Kérjük, minden résztvevő a **nevét** és a **Neptun kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel, illetve egy személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata nem megengedett (számológép sem). Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem lehet a hallgató keze ügyében. Az indoklás nélküli eredményközlést nem értékeljük. Megindokolt részeredményekért részpontszám kapható.

1. Legyen $H = \{a, b, c, d, e\}$ egy halmaz, $A_1 = \{a, c\}, c_1 = 6$, $A_2 = \{a, b, e\}, c_2 = 7$, $A_3 = \{b, c, d\}, c_3 = 8$, $A_4 = \{a, c, d, e\}, c_4 = 10$. A tanult halmazfedési problémára szeretnénk egy IP modellt adni. Tekintsük az alábbi IP feladatot az x_1, \dots, x_4 változókra:

$$\min\{6x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 10x_4\}$$

ha

$$\forall i \in \{1, \dots, 4\}: x_i \geq 0$$

$$\forall i \in \{1, \dots, 4\}: x_i \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 + x_2 + x_4 \geq 1$$

$$x_2 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_3 + x_4 \geq 1$$

$$x_3 + x_4 \geq 1$$

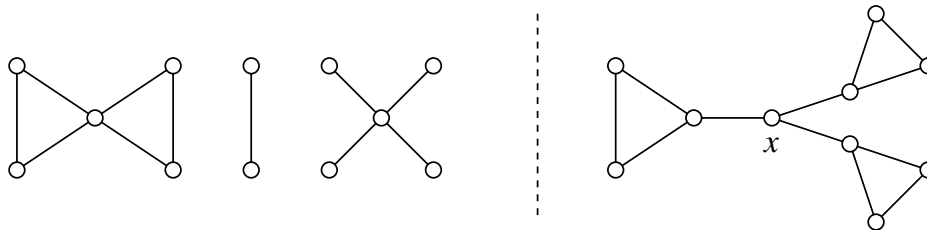
$$x_2 + x_4 \geq 1$$

a) Igazoljuk, hogy a fenti IP-nek van optimuma, és a célfüggvény optimális értéke éppen a fenti halmazokra és költségekre vonatkozó halmazfedési probléma optimális megoldásainak költsége. (Figyelem: nem kötöttük ki, hogy az x_i változók legfőbb 1 értéket vehetnének föl.) **(6 pont)**

b) Írjuk föl a duális LP feladatot a primálhoz hasonló (egyenlőtlenségekkel felírt) formában. **(7 pont)**

c) Igaz-e, hogy a feladatban szereplő együtthatómátrix TU? **(3 pont)**

2. Legkevesebb hány élt kell behúzni az alábbi ábra bal oldalán látható gráfba úgy, hogy a kapott gráf kétszeresen összefüggő legyen? Mutassunk is példát megfelelő (és minimális számú) élek behúzására. **(12 pont)**



3. Tekintsük a fenti ábra jobb oldalán található gráfot. Van-e a csúcsainak olyan maxvissza sorrendje, melyben az utolsó csúcs x ? **(10 pont)**

4. A J_1, \dots, J_{10} munkák megmunkálási ideje rendre 5, 8, 3, 2, 6, 10, 5, 5, 4, 2.

a) Ütemezzük a munkákat két (egyforma) gépre listás ütemezéssel LPT sorrendben. **(4 pont)**

b) Mennyi a kapott ütemezés átfutási ideje, illetve átlagos átfutási ideje? **(4 pont)**

c) Döntsük el, hogy a kapott átfutási idő, illetve átlagos átfutási idő optimális-e. (Ez két, külön kérdés, és mindkettőre meg is kell indokolni a választ.) **(4 pont)**