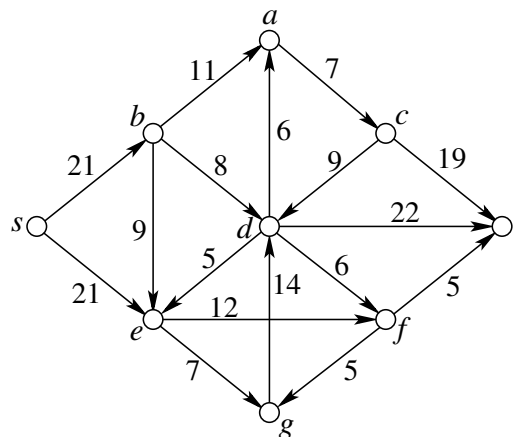


Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA09)

1. PZH (2024.04.24. 18-20, E1C)

A rendelkezésér álló munkaidő 90 perc. Kérjük, minden résztvevő a **nevét** és a **Neptun kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel, illetve egy személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata nem megengedett (számológép sem). Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem lehet a hallgató keze ügyében. Az indoklás nélküli eredményközlést nem értékeljük. Megindokolt részeredményekért részpontszám kapható.

1. Keressünk maximális st folyamat és minimális st vágást az ábrán látható hálózatban (és ne felejtjük el megindokolni, hogy az adott folyamat / vágás miért maximális / minimális). **(11 pont)**



2. A piréz A és a pritek B cégcsoport egyaránt négy-négy vállalattal rendelkezik (A_1, \dots, A_4 és B_1, \dots, B_4). A piréz-pritek kétoldalú támogatások minél sikeresebb kiaknázása érdekében minden $A_i B_j$ vállalatpár beadna egy-egy pályázatot ($1 \leq i, j \leq 4$), melyekhez a szükséges együttes önerő mértékét a mellékelt táblázat tartalmazza (millió petákban értve). A pályázatok beadásának feltétele, hogy a két pályázó vállalat együttesen rendelkezzen a szükséges önerővel (ez pályázatonként külön-külön teljesítendő; azt nem vizsgálja senki, hogy ha egy vállalat esetleg több nyertes pályázatban is szerepelne, akkor az összeshez elő tudná-e teremteni a megfelelő önerőt a partnereivel). Emaitt a cégcsoportok vezetői az egyes vállalatok számára rendelkezésre bocsátandó pénzüsszegek szétosztásáról tárgyalnak.

| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| A_1 | 3 | 4 | 4 | 2 |
| A_2 | 3 | 7 | 4 | 7 |
| A_3 | 8 | 4 | 5 | 7 |
| A_4 | 6 | 5 | 1 | 3 |

- a) Mennyi az a minimális összeg, melyet megfelelően szétosztva a nyolc vállalat között biztosítható, hogy minden pályázat benyújtható legyen? Modellezzük a feladatot alkalmas matematikai fogalmak használatával, majd válaszoljunk meg a kérdést (de ettől függetlenül is érdemes lehet az Egerváry-algoritmust lefuttatni a táblázaton). **(11 pont)**
- b) Szét lehet osztani ezt az összeget úgy is, hogy az A cégcsoport vállalatai összesítve ugyanannyi pénzt kapjanak, mint a B cégcsoport vállalatai? **(2 pont)**

3. Tekintsük a jobbra látható egyenlőtlenségrendszer.

- a) Döntsük el az órán tanult Fourier–Motzkin-elimináció segítségével, hogy megoldható-e. Ha igen, adjunk is egy megoldást. **(12 pont)**
- b) Van-e olyan megoldása a rendszernek, melyben $x_2 = -2$? **(2 pont)**

$$\begin{aligned} x_1 - 5x_2 + 4x_3 &\leq 2 \\ -2x_1 + 8x_2 - 4x_3 &\geq 10 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 &\leq 7 \\ 3x_1 - 6x_2 + 12x_3 &\geq -3 \end{aligned}$$

4. Tekintsük az alábbi egyenlőtlenségrendszer:

$$\begin{aligned} x, y &\geq 0 \\ 2x + 5y &\leq 125 \\ 3x + y &\leq 51 \end{aligned}$$

- a) Határozzuk meg a feltételeknek eleget tevő síkbeli (x, y) pontok által alkotott P sokszögtartomány csúcsait. **(6 pont)**
- b) A P minden csúcsához adjunk olyan célfüggvényt a fenti feltételek mellé, melyre az adott csúcs az egyetlen optimális megoldás. Ha ez valamely csúcsra nem lehetséges, indokoljuk meg, miért ez a helyzet. **(6 pont)**