R e n d s z e r o p t i m a l i z á l á s

Második szerdai előadás, 2023. március 8.

1. A $G(F, L; E)$ teljes páros gráf két színosztálya legyen $F = \{A, B, C, D\}$ és $L = \{P, Q, R, S\}$, az egyes élek súlyát pedig az alábbi táblázat mutatja. Egerváry algoritmusának a segítségével adjunk meg egy maximális összsúlyú teljes párosítást G-ben.

	P	Q	R	S
A	8	3	5	4
B	7	1	6	2
C	9	3	4	1
D	4	2	7	5

---

2. A $G(F, L; E)$ teljes páros gráf két színosztálya legyen $F = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ és $L = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$. Az a_i-t a b_j-vel összekötő él súlya legyen a balra látható mátrix i-edik sorának és j-edik oszlopának kereszteződésében álló elem (minden $1 \leq i, j \leq 5$ esetén). A maximális összsúlyú teljes párosítást kereső Egerváry-algoritmust valaki már elkezdte futtatni G-re és ott tart, hogy az aktuális M párosítás az $\{a_1, b_1\}$, $\{a_2, b_2\}$ és $\{a_3, b_3\}$ élekből áll, az aktuális c címkézés pedig a jobb oldali táblázatban látható. Fejezzük be az algoritmus futtatását és adjuk meg az eredményként kapott maximális összsúlyú teljes párosítást.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 6 & 5 & 7 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 6 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 9 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

v	:	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
$c(v)$	:	1	5	4	7	3	1	0	2	0	1

(ZH, 2014. április 14.)

3. A $G(A, B; E)$ páros gráf két színosztálya legyen $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ és $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$. A gráfban az $\{a_1, b_3\}$, $\{a_3, b_2\}$ és $\{a_3, b_5\}$ párokon kívül minden $1 \leq i \leq 4$ és $1 \leq j \leq 5$ esetén a_i szomszédos b_j-vel és az őket összekötő él súlya az alábbi mátrix i-edik sorának és j-edik oszlopának kereszteződésében álló elem. (X jelöli, hogy a megfelelő él nincs benne a gráfban.) Adjunk meg G-ben egy maximális összsúlyú párosítást.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & X & 7 & 5 \\ 5 & 3 & 5 & 7 & 6 \\ 1 & X & 3 & 4 & X \\ 5 & 5 & 6 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

4. A $G(A, B; E)$ teljes páros gráf két színosztálya legyen $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ és $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$. Az a_i-t a b_j-vel összekötő él súlya legyen $i^2 + j^3$ minden $1 \leq i, j \leq n$ esetén. Adjunk meg G-ben egy maximális összsúlyú teljes párosítást (és mutassuk meg róla, hogy maximális). (2009. április 29.)

5*. Mutassuk meg, hogy páros gráfokban a maximális összsúlyú teljes párosítás feladata is visszavezethető a maximális összsúlyú párosítás feladatára: ha van egy hatékony A algoritmusunk az utóbbira, akkor az előbbi is hatékonyan megoldhatóvá válik úgy, hogy annak egy bemenetét alkalmasasan módosítjuk, majd az így kapott bementre A-t futtatjuk.