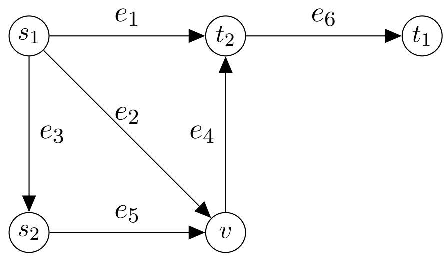
Rendszeroptimalizálás
Pótzárthelyi feladatok
2017. április 20.

1. Tekintsük a következő kéttermékes folyamfeladatot: maximalizálandó az összfolyamérték a jobbra látható ábra hálózatában, ha az első, illetve a második termékhez tartozó termelő és fogyasztó pontok s_1 és t_1, illetve s_2 és t_2, továbbá az e_2, e_3 és e_5 élek kapacitása 1, e_4 kapacitása 2, e_1 kapacitása 18, e_6 kapacitása pedig 20. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (vagyis adjunk meg egy olyan lineáris programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens a megadott kéttermékes folyam feladattal)! A keresett lineáris programot ne mátrixos alakban adjuk meg, hanem vezessünk be a feladat szempontjából releváns változókat és ezek segítségével írjuk fel. (A folyam feladatot tehát nem szükséges megoldani, a feladat csupán a lineáris programként való megfogalmazás.)

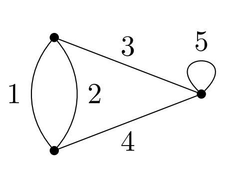


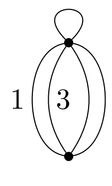
2. Legyenek adottak a számegyenesen az $I_1 = [1;9]$, $I_2 = [1;8]$, $I_3 = [1;9]$, $I_4 = [1;7]$, $I_5 = [2;8]$, $I_6 = [3;6]$, $I_7 = [4;6]$ és $I_8 = [5;7]$ zárt intervallumok. Adjuk meg ennek az intervallumrendszernek egy olyan színezését 2 színnel, amely megfelel az intervallumrendszerek egyenletes színezéséről tanult tétel feltételeinek (és mutassuk meg, hogy a megadott színezés valóban megfelel a feltételeknek).

3. A p valós paraméter értékétől függően a jobbra látható mátrix a valós test felett egy $M(p)$ matroidot határoz meg. Mutassuk meg, hogy ez minden p-re grafikus lesz és adjuk meg azokat a gráfokat, amelyek így előállhatnak.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & p \end{pmatrix}$$

4. Az alábbi két gráf által meghatározott matroidok összegéről kellene megállapítani, hogy grafikus-e. Lehetséges-e ez, ha a második gráf néhány éléről „lemaradt” a számozás? (Ha az összegmatroidról azt állítja, hogy grafikus, adja is meg gráffal!)





5. Hajtsuk végre és dokumentáljuk a részösszeg problémára tanult $(1+\varepsilon)$-approximációs algoritmust a $3, 6, 7, 10, 12$ $t = 25$ bemenetre $\varepsilon = 1$ mellett.

6. Legyenek egy 8 csúcsú teljes gráf csúcsai A, B, C, D, E, F, G, H. Az A, B, C, D csúcsok által feszített részgráf éleinek súlya 1, csakúgy, mint az E, F, G, H csúcsok által feszített részgráf éleinek súlya. A gráf többi élének súlya 2. Igaz-e, hogy ezen a gráfon bárhogy futtatjuk a Christofides-algoritmust, mindig legfeljebb 12 összsúlyú Hamilton-kört kapunk?

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat **szétválasztható legyen 3 részre: az 1-es/2-es, a 3-as/4-es, illetve az 5-ös/6-os feladatpárokra**.