

Rendszeroptimalizálás

Zárthelyi feladatok

2014. április 30.

1. Mutassuk meg a Farkas-lemma segítségével, hogy az alábbi lineáris egyenletrendszernek nincs olyan megoldása, amelyben mind az öt változó értéke nemnegatív. (Vagyis adjunk meg egy olyan vektort, amely a Farkas-lemma értelmében bizonyítja a rendszer nemnegatív számokkal való megoldhatatlanságát.)

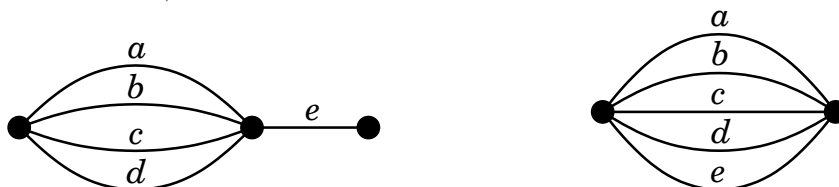
$$\begin{aligned}7x_1 + 2x_3 - 21x_4 &= 6 \\7x_2 + x_3 - 14x_5 &= 1 \\3x_1 - 5x_2 - 9x_4 + 10x_5 &= 2\end{aligned}$$

2. Legyenek adottak a számegegyenesen az $I_1 = [1; 2]$, $I_2 = [1; 3]$, $I_3 = [1; 4]$, $I_4 = [1; 5]$, $I_5 = [2; 4]$, $I_6 = [2; 5]$ és $I_7 = [3; 5]$ zárt intervallumok. Adjuk meg ennek az intervallumrendszernek egy olyan színezését 2 színnel, amely megfelel az intervallumrendszerek egyenletes színezéséről tanult tétel feltételeinek (és mutassuk meg, hogy a megadott színezés valóban megfelel a feltételeknek).

3. Koordinátázza az alábbi mátrix a valós számok teste fölött az $\mathcal{M}_{p,q}$ matroidot. Mely p , q értékekre lesz ez a matroid grafikus? A grafikus esetekben adjuk is meg a gráfrepresentációt!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & p & -1 \\ 0 & 2 & q & 2 \end{pmatrix}$$

4. A bal oldali ábrán látható gráf körmatroidja legyen \mathcal{A} , a jobb oldalin látható \mathcal{B} . Grafikusak-e az $\mathcal{A} \vee \mathcal{A}$, illetve az $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$ matroidok?



5. Tekintsük az $\{a, b, c, d, e, g, h, i, j, l, m, n, o, r, s, t, v, z\}$ betűhalmazt, és az elemeiből képzett alábbi szavakat, mint részhalmazokat (a szavak utáni zárójelben lévő szám jelenti az adott halmaz költségét):

zach (3), evan (4), josh (4), gavin (5), monica (5),
thomas (5), jared (6), dinesh (6), erlich (7), bighead (8).

Hajtsuk végre ezen adatokkal az alaphalmaz részhalmazokkal történő lefedésére szolgáló, előadáson tanult közelítő algoritmust.

6. Egy $2n$ csúcsú élsúlyozott teljes gráfban minden élsúly 1 vagy 2 és minden csúcsra legfeljebb $n - 1$ darab 2 súlyú él illeszkedik. Adjunk polinomiális algoritmust, mely talál egy legfeljebb $3n$ súlyú kört a gráfban.

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat **szétválasztható legyen 3 részre: az 1-es/2-es, a 3-as/4-es, illetve az 5-ös/6-os feladatpárokra.**