

Rendszeroptimalizálás Pótzárthelyi feladatok

2009. december 15.

1. Döntsük el, hogy az $x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$ választással

- a) bázismegoldását
- b) erős bázismegoldását

adtuk-e meg az alábbi egyenlőtlenségrendszernek:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\leq 2 \\ x_2 - x_3 &\leq 0 \\ x_1 - x_3 &\leq 2 \\ x_3 + x_4 &\leq 2 \end{aligned}$$

2. Legyen A $m \times n$ -es mátrix, $b \in \mathbb{R}^m$ oszlopvektor. Mutassuk meg, hogy az alábbi rendszerek közül pontosan az egyik megoldható:

$$\begin{aligned} (1) \quad Ax &\leq b, \quad x \geq 0 \\ (2) \quad yA &\geq 0, \quad y \geq 0, \quad yb < 0 \end{aligned}$$

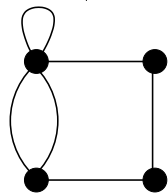
(Azt kell tehát megmutatni, hogy az (1)-esbeli x és a (2)-esbeli y vektorok közül pontosan az egyik létezik.)

3. A p paraméter minden értékre döntsük el, hogy az alábbi mátrix által koordinátázott matroid grafikus-e! Amennyiben igen, adjuk meg egy grafikus reprezentációját!

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ p & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Legyen \mathcal{M}_1 az alábbi gráf körmatroidja, illetve \mathcal{M}_2 az alábbi mátrix által (a valós test fölött) koordinátázott matroid. Megfeleltethetők-e egymásnak \mathcal{M}_1 és \mathcal{M}_2 alaphalmazának elemei úgy, hogy a két matroid összege

- a) az $U_{6,6}$ szabad (teljes) matroid legyen;
- b) ne az $U_{6,6}$ szabad (teljes) matroid legyen?



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Legyenek a G teljes gráf csúcsai a természetes számok 1-től 8-ig, a páros számok közt vezető élek súlya legyen 3, a páratlan számok közt vezető élek súlya szintén 3, a páros és páratlan számok közti élek súlya pedig 1. Legyenek a Steiner-pontok a páratlan számok, a terminálok a páros számok. Adjunk meg egy, az optimális képest legfeljebb kétszeres súlyú Steiner-fát az előadáson tanult 2-approximációs algoritmus segítségével.

6. Adjunk optimális ütemezést az $1 || \sum w_i C_i$ feladatra.

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Figyelem! Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat szétválasztható legyen **2 részre: az 1-es/2-es/3-as, illetve a 4-es/5-ös/6-os feladatcsoportokra.**