R E N D S Z E R O P T I M A L I Z Á L Á S

Tizenegyedik keddi előadás, 2022. május 10.

1. A $G = (A, B; E)$ teljes páros gráf két pontosztálya legyen $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ és $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$. Az a_i-t a b_j-vel összekötő él súlya legyen az alább, balra látható mátrix i-edik sorának és j-edik oszlopának kereszteződésében álló elem (minden $1 \le i \le 4, 1 \le j \le 5$ esetén).

a) Igaz-e, hogy az alábbi, jobb oldali táblázatban megadott c hozzárendelés címkézés G-ben?

b) Igaz-e, hogy az $\{a_1, b_1\}$, $\{a_2, b_2\}$, $\{a_3, b_3\}$ és $\{a_4, b_4\}$ élek maximális összsúlyú párosítást alkotnak G-ben?

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

v	:	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
$c(v)$	:	1	0	2	3	1	3	2	2	0

(ZH, 2020. április 29.)

2. A $G(A, B; E)$ teljes páros gráf két színosztálya legyen $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ és $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$. Az a_i-t a b_j-vel összekötő él súlya legyen az alább, balra látható mátrix i-edik sorának és j-edik oszlopának kereszteződésében álló elem (minden $1 \le i \le 4, 1 \le j \le 5$ esetén).

a) A p paraméter mely értékeire igaz, hogy az alábbi, jobb oldali táblázatban megadott c hozzárendelés címkézés?

b) Létezik-e p-nek olyan értéke, amely esetén a táblázatban megadott c hozzárendelés minimális összegű címkézés a G összes, nemnegatív értékű címkézései között?

c) Létezik-e p-nek olyan értéke, amely esetén a táblázatban megadott c hozzárendelés minimális összegű címkézés a G összes, valós értékű címkézései között?

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 & 7 & 3 \\ 3 & 5 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 6 & 6 & 6 & 4 \\ 3 & 5 & 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

v	:	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
$c(v)$	:	4	3	4	p	0	2	2	3	0

(ZH, 2018. május 8.)

3*. Egy G irányított gráfban irányított körök egy $\{C_1, C_2, \ldots, C_k\}$ halmazát nevezzük *irányított körfedésnek*, ha a C_i körök páronként csúcsdiszjunktak és a gráf minden csúcsa rajta van valamelyik körön. Legyen adott egy G irányított gráf, amelyről tudjuk, hogy van benne irányított körfedés. Legyen adott továbbá egy $w : E(G) \to \mathbb{R}$ élsúlyozás. A feladatunk egy maximális összsúlyú irányított körfedés megtalálása. (Egy körfedés súlya a benne szereplő körök élei súlyának összege.) Bizonyítsuk be, hogy létezik polinomiális idejű algoritmus ennek a feladatnak a megoldására. (ZH, 2006. december 9.)