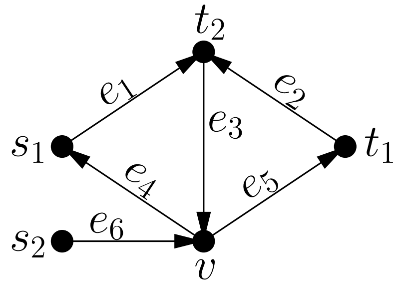
R e n d s z e r o p t i m a l i z á l á s

Nyolcadik keddi előadás, 2022. április 26.

1. Egy hurokmentes irányított gráf B illeszkedési mátrixából az elemek egy része elveszett. Állítsuk vissza az elveszett elemeket (amelyeket $\square$ jelöl) és rajzoljuk le a gráfot.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & \square & 1 & 0 \\ \square & 0 & \square & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & \square & \square \end{pmatrix}$$

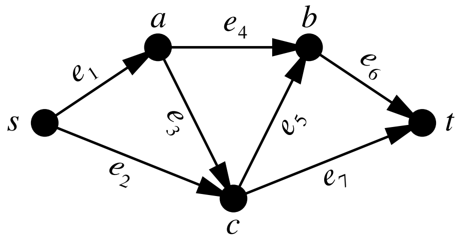
2. a) Tekintsük a következő kéttermékes folyamfeladatot: maximalizálandó az összfolyamérték a jobbra látható ábra hálózatában, ha az első, illetve a második termékhez tartozó termelő és fogyasztó pontok s_1 és t_1, illetve s_2 és t_2, továbbá minden él kapacitása 1. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (de *ne* mátrixos alakban).



b) Adjuk meg a folyamfeladat optimális megoldását. Ehhez használhatjuk a következő megfigyelést: s_1-ből t_1-be csak az $s_1 \to t_2 \to v \to t_1$ úton, s_2-ből t_2-be pedig vagy az $s_2 \to v \to s_1 \to t_2$ úton, vagy az $s_2 \to v \to t_1 \to t_2$ úton juthatunk el.

c) Adjuk meg a folyamfeladat egészértékű változatának is az optimális megoldását – vagyis amikor minden folyamértéknek egésznek kell lennie.

3. Tekintsük a következő minimális költségű folyam feladatot: az alábbi ábrán látható gráfban keresünk az s-ből t-be menő, legalább 4 értékű folyamok között minimális költségűt, ha az élekhez tartozó $c(e)$ kapacitás és $k(e)$ költség értékek az alábbi táblázatban láthatók. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (vagyis adjunk meg egy olyan lineáris programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens a megadott minimális költségű folyam feladattal). A lineáris programot *ne* mátrixos alakban adjuk meg, hanem a változók, a feltételek és a célfüggvény kiírásával. (ZH, 2020. május 12.)

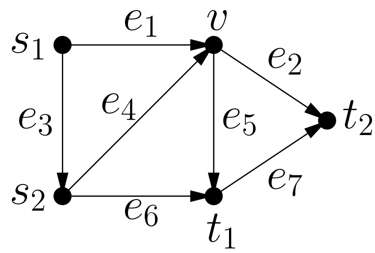


e	:	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
$c(e)$	:	3	2	1	2	2	2	3
$k(e)$	:	3	2	1	3	1	1	3

---

4. Legyen B egy 100 élű, hurokmentes irányított gráf illeszkedési mátrixa. Határozzuk meg a $B \cdot B^T$ mátrix főátlójában álló elemek összegét.

5. Tekintsük a következő kéttermékes folyamfeladatot: maximalizálandó az összfolyamérték a jobbra látható ábra hálózatában, ha az első, illetve a második termékhez tartozó termelő és fogyasztó pontok s_1 és t_1, illetve s_2 és t_2, továbbá az e_1, e_5 és e_6 élek kapacitása 2, a többi él kapacitása 1. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (vagyis adjunk meg egy olyan lineáris programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens a megadott kéttermékes folyam feladattal). A keresett lineáris programot *ne* mátrixos alakban adjuk meg. (ZH, 2013. április 22.)



6. A többtermékes folyamfeladat előadáson adott definíciójában a célfüggvény választása a gyakorlati alkalmazások szempontjából nem tűnik reálisnak. Valóban, az előadáson is elhangzott példa szerint hiába viszünk például egy óriási extra szállítmány vasszöget a vasboltba, ez nem kompenzálja az élelmiszerboltból hiányzó kisebb mennyiségű tejet. Természetesebbnek tűnne a kérdést eldöntési probléma formájában feltenni: minden termékhez tartozna az inputban egy előírt mennyiség és a kérdés az volna, hogy a többtermékes folyamfeladatnak van-e olyan megoldása, amelyben minden termékhez a folyamérték eléri a hozzá előírt mennyiséget. Mutassuk meg, hogy a feladatnak ez a változata visszavezethető az előadáson definiált változatra.