R e n d s z e r o p t i m a l i z á l á s
Hetedik keddi előadás, 2022. április 5.

1. a) Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladatok duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Döntsük el, hogy a (primál) feladat célfüggvénye felülről korlátos-e a megoldáshalmazán és ha igen, határozzuk meg a feladat maximumértékét. (ZH, 2014. április 14., 2016. április 19.)

c) Próbáljuk a duális feladatokat a lehető legegyszerűbb, ekvivalens alakba átírni.

i)
$$\begin{aligned}
&\max\{x_1+x_2+3x_3-2x_4\}\\
&\text{ha}\\
&x_1+3x_2+2x_3-2x_4=5\\
&2x_1-4x_2-x_3+x_4\ge 3\\
&x_1+5x_2-x_4\le 6\\
&2x_1+x_2+x_3-x_4\le 10\\
&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0, x_4\ge 0
\end{aligned}$$

ii)
$$\begin{aligned}
&\max\{x_1+x_3\}\\
&\text{ha}\\
&7x_1+5x_2+3x_3=3\\
&2x_1+4x_2+x_3\le 1\\
&x_1\ge 0, x_2\ge 0
\end{aligned}$$

2. Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát, majd próbáljuk azt a lehető legegyszerűbb alakra hozni.

$$\begin{aligned}
&\min\{10x_1+11x_2+12x_3\}\\
&\text{ha}\\
&x_1+2x_2+3x_3\le 15\\
&4x_1+5x_2+6x_3\ge 20\\
&7x_1+8x_2+9x_3=35\\
&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0
\end{aligned}$$

---

3. a) Írjuk fel a jobbra látható lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás olyan alakú legyen, mint a primál feladat felírása.)

b) Határozzuk meg a (primál) feladat maximumát.

(ZH, 2004. november 24.)

$$\begin{aligned}
&\max\{8x_1+7x_2+8x_3\}\\
&\text{ha}\\
&3x_1+2x_2+x_3\le 1\\
&x_1+x_2+2x_3\le 1\\
&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0
\end{aligned}$$

4. a) Írjuk fel a jobbra látható lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Adjuk meg a (primál) feladat maximumértékét.

(ZH, 2012. április 16.)

$$\begin{aligned}
&\max\{x_1+6x_2-x_4\}\\
&\text{ha}\\
&2x_2-7x_3-x_4\le -1\\
&2x_1+5x_3+3x_4\ge 6\\
&7x_1+5x_2-4x_4\le 0\\
&x_1+3x_2+4x_3\le 1\\
&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0, x_4\ge 0
\end{aligned}$$

5. a) Írjuk fel a jobbra látható (n változós) lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Igaz-e, hogy az $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 1$ választással a primál feladat optimális megoldását adtuk meg?

(ZH, 2011. május 3.)

$$\max\{nx_1+(n-1)x_2+\ldots+2x_{n-1}+x_n\}$$
ha
$$\begin{array}{rcl}
x_1 & \le & 1\\
x_1+x_2 & \le & 2\\
x_1+x_2+x_3 & \le & 3\\
\vdots & \vdots & \vdots\\
x_1+x_2+\ldots+x_n & \le & n\\
x_1,x_2,\ldots,x_n & \ge & 0
\end{array}$$

6. Legyen A egy $m\times n$-es mátrix, aminek az első oszlopa legyen b. Legyen továbbá c az az n hosszú sorvektor, amelynek minden komponense 1. Tegyük fel, hogy a cx célfüggvény felülről korlátos az $Ax \le b$ egyenlőtlenségrendszer megoldáshalmazán. Adjuk meg a $\max\{cx : Ax \le b\}$ maximum értékét.