

1. A Vasorr Kft. kétféle boszorkányt készít: a Banyát és a Szipirtyót. Egy Banya elkészítéséhez 6 perc rémítés, 8 perc csúfítás és 1 perc csomagolás szükséges. Egy Szipirtyó gyártása 12 perc rémítést, 4 perc csúfítást és szintén 1 perc csomagolást igényel. A Vasorr Kft. rémítő, csúfító, illetve csomagoló részlegének naponta 1800, 1400, illetve 200 percnyi munkaidő kapacitása van. A Banya, illetve a Szipirtyó darabját 10, illetve 12 Euróért tudják értékesíteni. Mennyit gyártsanak a kétféle termékből naponta, hogy a bevételt maximalizálják?

2. Az 1. feladatbeli Vasorr Kft. vezetősége azt mérlegeli, hogy megváltoztatnák a Szipirtyó eladási árát.

a) Maximum mennyivel növelhetik, illetve mennyivel csökkenthetik a Szipirtyó árát, ha azt akarják, hogy az 1. feladatban kiszámolt optimális termelési mennyiségek továbbra is maximális bevételt eredményezzenek?

b) Megváltoztatható-e a Szipirtyó eladási ára úgy, hogy 175 Banya és semennyi Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

c) Megváltoztatható-e a Szipirtyó eladási ára úgy, hogy 130 Banya és 70 Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

d) Megváltoztatható-e a Szipirtyó eladási ára úgy, hogy 110 Banya és 80 Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

e) Megváltoztatható-e egyszerre mindkét termékük eladási ára úgy, hogy 110 Banya és 80 Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

3. Az alábbi lineáris programozási feladatok mindegyikénél (i) döntsük el, hogy az egyenlet- és egyenlőtlenségrendszer megoldható-e; (ii) ha igen, döntsük el, hogy a célfüggvény korlátos-e a releváns irányból a megoldáshalmazon; (iii) ha igen, határozzuk meg a feladat optimumértékét.

a)
$$\begin{aligned} & \max\{5x_1 + x_2\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \\ & 4x_1 + x_2 + x_3 \leq 16 \\ & 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 28 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} & \max\{5x_1 + x_2\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & 4x_1 + x_2 + 2022x_3 + 2023x_4 \leq 16 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} & \min\{5x_1 + x_2 - x_3\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + x_2 - x_3 \leq 10 \\ & 4x_1 + x_2 - x_3 \leq 16 \\ & 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 28 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} & \max\{5x_1 + x_2\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ & 4x_1 + x_2 + x_4 = 16 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

4. Egy cég kukoricaszirup és guargumi keverékéből állít elő csillámpóni takarmányt. A kukoricaszirup kilónként 1100 Ft, a guargumi kilója 1000 Ft. A kukoricaszirup kilója 10 egység CS-vitamint, 5 egység csillámfaktort és 2 egység plasztikpépet tartalmaz. A guargumi viszont kilónként 4 egység CS-vitamint, 5 egység csillámfaktort és 6 egység plasztikpépet tartalmaz. Egy csillámpóninak naponta legalább 20 egység CS-vitaminra, 20 egység csillámfaktorra és 12 egység plasztikpépre van szüksége. Hogy készítsék a legolcsóbb takarmánykeveréket?

5. Oldjuk meg (számítógép használata nélkül) az alábbi lineáris programozási feladatot.

$$\begin{aligned} & \max\{2x_1 + 10x_2 + 3x_3\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 53 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ & 2x_2 + x_3 \leq 35 \\ & 5x_1 + x_2 \leq 40 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned}$$

6. Az 1. feladatbeli Vasorr Kft. vezetősége végül is eldöntötte, hogy nem változtatnak a termékeik eladási árán. Ehelyett most azt fontolgatják, hogy investálnak valamelyik részlegükbe és megnövelik annak a napi kapacitását (hogy ezzel a bevételük is nőhessen).

a) A Kft. vezetőségének becslése szerint a rémítő részleg napi munkaidőkapacitásának növelése minden nap extra percnként t Euróba kerülne. Egy ilyen befektetés nyilván csak akkor térül meg, ha a kapacitásnövelés miatt előálló új körülmények között a bevételük is percnként legalább t Euróval több lehet, mint eredetileg volt. Mi a t -nek az a maximális értéke, amely mellett a befektetés még megtérül?

b) Szerencsére a t értéke elég alacsonynak bizonyult ahhoz, hogy ez a befektetés megérje, így a vezetőség eldöntötte a rémítő részleg kapacitásának bővítését. Mennyi az a maximális idő, amennyire megéri felemelni a részleg napi munkaidőkapacitását?

c) Mi a helyzet akkor, ha a rémítő részleg helyett a vezetőség inkább a csúfító részleget bővítené? Válaszoljunk meg a fenti kérdéseket erre az esetre is.