

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és NEPTUN kódját, valamint **gyakorlatvezetője nevét** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő.

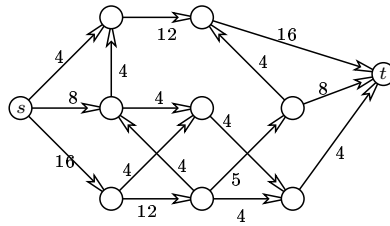
Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér. Értékelés: 0-31 pont: elégtelen, 32-80 pont: aláírás. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlésért nem jár pont. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár.

Írószerepen és üres papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

**A fenti szabályok megsértőivel szigorúan, a TVSZ szerint járunk el.**

## Feladatok

1. Melyik az a legkisebb  $d$  szám, amire igaz, hogy ha egy 2006 pontú egyszerű  $G$  gráf minden csúcsának a foka  $d$ , akkor  $G$ -nek bizonyosan létezik Euler- és Hamilton köre is?
2. Igaz-e, hogy az alábbi hálózatban a maximális folyam értéke 15?



3. A  $K_{n,n}$  teljes páros gráfnak legalább hány élét kell törölni ahhoz, hogy a kapott gráfnak ne legyen teljes párosítása?
4. Bizonyítsuk be, hogy ha  $G$  egy 2006 csúcsú, egyszerű, reguláris gráf, akkor  $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \leq 2007$ .
5. Melyek azok az  $n$  pozitív egészek, amelyekre  $\varphi(n)$  prím?
6. Ha az  $ax \equiv b \pmod{m}$  kongruenciának  $k$  megoldása van modulo  $m$ , akkor hány megoldása van az  $mx \equiv b \pmod{a}$  kongruenciának modulo  $a$ ?
7. Legyen az  $X_z$  halmaz a komplex számsík origóból induló,  $z$ -t tartalmazó, nyílt félegyenese tetszőleges  $0 \neq z \in \mathbb{C}$  esetén, azaz  $X_z := \{az : 0 < a \in \mathbb{R}\}$ . Döntsük el, melyek azok a komplex  $z$  számok, amikre  $X_z$  csoportot alkot a komplex számok szokásos szorzására mint műveletre nézve!
8. Létezik-e az  $S_8$  szimmetrikus csoportnak olyan részcsoportja, ami a  $C_{11}$  ciklikus csoporttal izomorf?

### Gyakorlatvezetők és gyakorlatok

Tóth Géza (K 10:15-11:45 IB.138 és Sz 12:15-13:45, IB.141.), Koblinger Egmont (Sz 12:15-13:45, IB.138.), Németh Zoltán (Sz 12:15-13:45, IB.139.) Németh András (Sz 12:15-13:45 IB. 140 és K 8:15-9:45, IB.142.), Fleiner Tamás (K 8:15-9:45, IB.138.), Richlik György (K 8:15-9:45 és K 10:15-11:45, IB.139.), Biró Péter (K 8:15-9:45 és K 10:15-11:45, IB.140.) Megyeri Csaba (K 8:15-9:45, IB.141.), Patakfalvi Zsolt (K 10:15-11:45, IB.141.), Szeszlér Dávid (K 10:15-11:45, IB.142.)

Jó munkát!