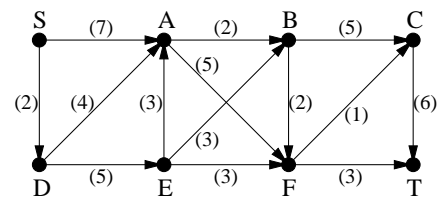


1. Egy szabályos hétszögnek húzzuk be az összes legrövidebb átlóját. Mennyi lesz az így kapott gráf élkromatikus száma? Adjunk is meg egy optimális élszínezést.

2. Adjunk meg a jobbra látható hálózatban egy maximális folyamot ( $S$ -ből  $T$ -be).

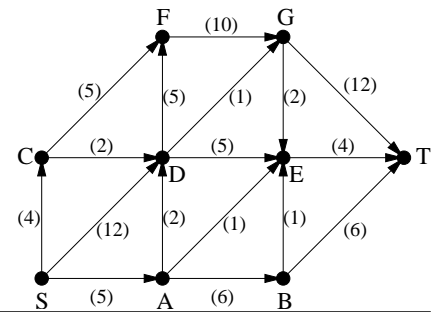


3. Határozzuk meg a 8 és a 9 csúcsú teljes gráf élkromatikus számát.

4. Határozzuk meg annak a gráfnak az élkromatikus számát, melyet egy hét hosszú körből az élek megduplázásával kapunk.

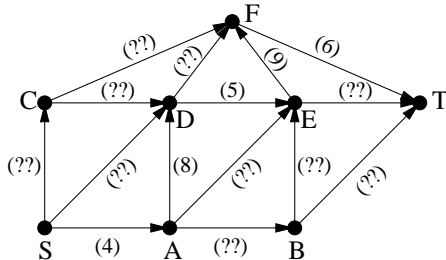
5. Adjunk meg a jobbra látható hálózatban egy maximális folyamot. (ZH, 2007. március 29. nyomán)

6. A 10 csúcsú  $G$  gráf két (közös csúcs nélküli) 5 pontú útból készült úgy, hogy az egyik út minden csúcsát összeköttöttük a másik út minden csúcsával. Határozzuk meg  $G$  élkromatikus számát.

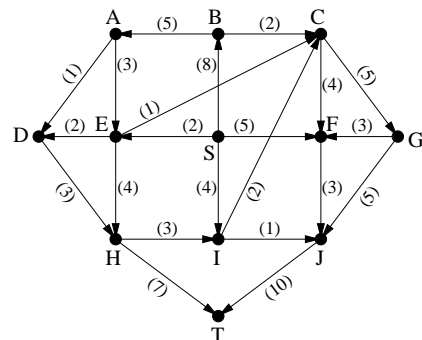


7. Határozzuk meg annak a gráfnak az élkromatikus számát, melyet egy öt hosszú körből az élek triplázásával kapunk.

8. Az alábbi hálózatban épp maximális folyamot kerestem, amikor kiborult a kávé és ettől a legtöbb él kapacitása olvashatatlaná vált. A bal eset előtt épp egy 15 értékű folyamnál tartottam. Bizonyítsuk be, hogy ez maximális folyam volt.



9. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot. (ZH, 2011. március 17. nyomán)



10. Mutassuk meg, hogy egy 20 résztvevős bajnokságot le lehet bonyolítani 19 fordulóban. (Minden csapat mindenki mással egyszer játszik, egy fordulóban egy csapat legfeljebb egyszer léphet pályára).

11.a) Mutassuk meg, hogy ha  $G$  3-reguláris gráf (azaz minden csúcs foka 3), melyben van Hamilton-kör, akkor  $G$  élkromatikus száma 3.

b) Mutassuk meg, hogy a Petersen-gráfban nincs Hamilton-kör.

12. Egy kilenc csúcsú egyszerű gráfban öt csúcs foka 4, a maradék négy csúcs foka 3. Mutassuk meg, hogy van a gráfban 4 élű párosítás.

13. Egy tíz csúcsú páros gráfban hat csúcs foka 4, két csúcs foka 3, két csúcs foka pedig 2. Mutassuk meg, hogy van a gráfban teljes párosítás.

14. Határozzuk meg a 100 csúcsú teljes gráf élkromatikus számát.

15. Legyen  $G$  egy 20 csúcsú egyszerű gráf, amelyben minden pont foka 8. Legyen  $v$  a  $G$  egy tetszőleges csúcsa és jelölje  $G - v$  azt a gráfot, amelyet  $G$ -ből a  $v$  (és az összes  $v$ -re illeszkedő él) törlésével kapunk. Bizonyítsuk be, hogy  $\chi_e(G - v) = \chi_e(G)$  (ahol  $\chi_e$  a gráfok élkromatikus számát jelöli). (ZH, 2009. március 23.)

16. Legyen  $G$  3-reguláris gráf, melynek élkromatikus száma 3. Tegyük fel továbbá, hogy  $G$  éleinek (a színek egymás közti permutációitól eltekintve) egyetlen jó 3-színezése van. Bizonyítsuk be, hogy  $G$ -ben van Hamilton-kör.