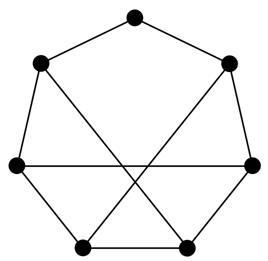
BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE II.

NYOLCADIK ÉS KILENCEDIK GYAKORLAT, 2018. április 20-21.

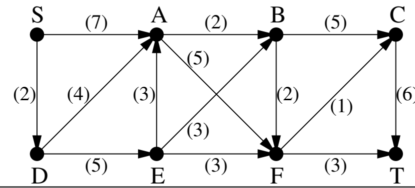
1. Mennyi az alábbi gráf élkromatikus száma?



2. a) Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot (S-ből T-be).

b) Határozzuk meg az $\{S, A, B\}$ csúcshalmaz és a maradék csúcsok közt futó élekből álló vágás kapacitását.

c) Adjunk meg egy minimális vágást.



---

3. Határozzuk meg az alábbi gráfok élkromatikus számát.

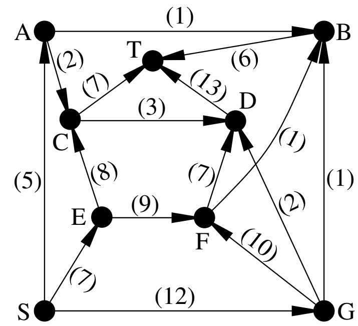
a) $\overline{C_6}$, vagyis egy 6 csúcsú kör komplementere; (ZH, 2013. május 16.)

b) K_{11}, vagyis a 11 csúcsú teljes gráf.

4. a) Adjunk meg a jobbra látható hálózatban egy maximális folyamot (S-ből T-be). (ZH, 2016. április 28.)

b) Határozzuk meg az $\{S, A, B, C\}$ csúcshalmaz és a maradék csúcsok közt futó élekből álló vágás kapacitását.

c) Adjunk meg egy minimális vágást.



5. 64 kockacukorból építettünk egy $(4 \times 4 \times 4)$-es nagyobb kockát (amelynek tehát az élhosszúsága 4 kockacukornyi). A G gráf csúcsai legyenek a kockacukrok, két különböző csúcs pedig akkor legyen szomszédos G-ben, ha a megfelelő két kockacukor közös lap mentén szomszédosak az építményben. Határozzuk meg $\chi_e(G)$-t, vagyis a G élkromatikus számát. (ZH, 2011. március 17.)

6. A G egyszerű gráf v csúcsának foka 2, minden más pont foka 3. Határozzuk meg a G gráf $\chi_e(G)$ élkromatikus számát. (ZH, 2016. április 28.)

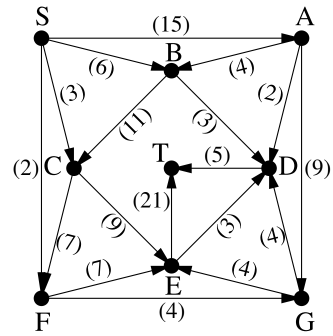
---

7. Határozzuk meg annak az (5 csúcsú és 15 élű) gráfnak az élkromatikus számát, melyet egy öt hosszú körből az élek megtriplázásával kapunk.

8. a) Határozzuk meg a jobbra látható hálózatban az $\{S, E, F\}$ csúcshalmaz és a maradék csúcsok között vezető élek alkotta vágás értékét (más néven kapacitását).

b) Adjunk meg a hálózatban egy maximális folyamot (S-ből T-be).

(ZH, 2013. március 21.)



9. A 10 csúcsú G gráf két (közös csúcs nélküli) 5 pontú útból készült úgy, hogy az egyik út minden csúcsát összekötöttük a másik út minden csúcsával. Határozzuk meg $\chi_e(G)$-t, G élkromatikus számát. (ZH, 2012. március 12.)

10. Legyen adott egy G irányított gráf, az $s \in V(G)$ rögzített csúcs és a $c : E(G) \to \mathbb{R}^+$ kapacitásfüggvény. Tegyük fel, hogy bármely $t \in V(G)$, $t \neq s$ csúcs esetén az s-ből t-be vezető maximális folyam értéke legalább 100 és a t-ből s-be vezető maximális folyam értéke is legalább 100. Mutassuk meg, hogy ekkor bárhogyan választjuk az $u, v \in V(G)$, $u \neq v$ csúcsokat, az u-ból v-be vezető maximális folyam értéke is legalább 100. (ZH, 2016. május 9.)

11. Mutassuk meg, hogy ha G 9 csúcsú egyszerű gráf, akkor $\chi_e(G) + \chi_e(\overline{G}) \geq 9$. (ZH, 2015. május 4.)

12. Mutassuk meg, hogy egy 20 résztvevős körmérkőzéses bajnokságot le lehet bonyolítani 19 fordulóban. (Minden csapat mindenki mással egyszer játszik, egy fordulóban egy csapat legfeljebb egyszer léphet pályára).

13. Bizonyítsuk be, hogy az e élű G gráfban fennállnak az alábbi összefüggések.

a) $\chi_e(G) + \nu(G) \leq e + 1$

b) $\chi_e(G) \cdot \nu(G) \geq e$

14. A kilenc csúcsú G egyszerű gráfban öt csúcs foka 4, a maradék négy csúcs foka 3. Igazoljuk, hogy $\nu(G) = 4$.

15. Mutassuk meg, hogy ha G 3-reguláris gráf (azaz minden csúcs foka 3), és G-ben van Hamilton-kör, akkor $\chi_e(G) = 3$.

16. Legyen G egy 20 csúcsú egyszerű gráf, amelyben minden pont foka 8. Legyen v a G egy tetszőleges csúcsa és jelölje $G - v$ azt a gráfot, amelyet G-ből a v (és az összes v-re illeszkedő él) törlésével kapunk. Bizonyítsuk be, hogy $\chi_e(G - v) = \chi_e(G)$ (ahol χ_e a gráfok élkromatikus számát jelöli). (ZH, 2009. március 23.)