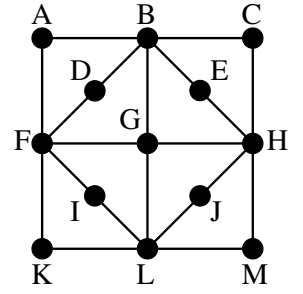
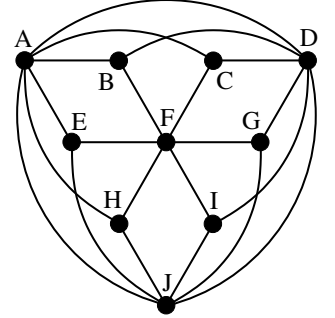


1. A jobbra látható G gráf azonos a HATODIK GYAKORLAT 2. feladatában látottal. Határozzuk meg $\alpha(G)$ és $\varrho(G)$ értékét és adjunk meg G -ben egy maximális független csúcshalmazt és egy minimális lefogó élhalmazt.



2. A jobbra látható G gráf azonos a HATODIK GYAKORLAT 4. feladatában látottal. Határozzuk meg $\alpha(G)$ és $\varrho(G)$ értékét és adjunk meg G -ben egy maximális független csúcshalmazt és egy minimális lefogó élhalmazt.



3. A 101 csúcsú G gráf egy 50 pontú és egy 51 pontú körből készült úgy, hogy az egyik kör minden csúcsát összeköttöttük a másik kör minden csúcsával. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét és adjunk meg G -ben egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt.

4. A 20 csúcsú G gráf élei közül bárhogyan is választunk ki 8-at, G -nek mindig van olyan csúcsa, amire legalább kettő illeszkedik a kiválasztott élek közül. Mutassuk meg, hogy ekkor bárhogyan választunk ki G élei közül 12-t, G -nek mindig van olyan csúcsa, amire egy sem illeszkedik a kiválasztott élek közül. (ZH, 2021. május 27.)

5. Bizonyítsuk be, hogy az n csúcsú, hurokélmentes G gráfban fennállnak az alábbi összefüggések.

a) $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$

b) $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

6. A G gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 60\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $x \neq y$ és $x \cdot y$ osztható 6-tal. Határozzuk meg $\alpha(G)$ és $\varrho(G)$ értékét és adjunk meg G -ben egy maximális független csúcshalmazt és egy minimális lefogó élhalmazt. (G azonos a HATODIK GYAKORLAT 10. feladatában már látott gráffal.)

7. A G egyszerű gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 16\}$. Az $x, y \in V(G)$, $x \neq y$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $x \equiv y \pmod{3}$, vagy ha x és y közül az egyik a 16. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét és adjunk meg G -ben egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt.

8. A 8 csúcsú G gráfot úgy készítjük el, hogy egy 5 csúcsú teljes gráfhoz hozzáveszünk 3 izolált pontot, majd a kapott gráf komplementerét vesszük. Határozzuk meg $\varrho(G)$ -t, a G -beli lefogó élek minimális számát és adjunk meg G -ben egy minimális lefogó élhalmazt. (ZH, 2023. június 14.)

9. Legyenek a G egyszerű gráf csúcsai az $1, 2, \dots, 100$ számok, két különböző csúcs pedig pontosan akkor legyen szomszédos, ha közülük a nagyobbik több, mint kétszerese a kisebbiknek. (Így például G -ben a 20 nem szomszédos sem a 15-tel, sem a 40-nel, de az 5-tel és az 50-nel igen.) Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét és adjunk meg G -ben egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt. (ZH, 2024. június 5. alapján)

10. A G gráf v csúcsát nevezzük *fontosnak*, ha a v (és a rá illeszkedő élek) törlésével kapott G' gráfra $\alpha(G') < \alpha(G)$ teljesül. Legföljebb hány fontos csúcsa lehet egy olyan 100 csúcsú G gráfnak, amelyre $\alpha(G) = 10$? (ZH, 2016. május 25.)

11. Igaz-e, hogy minden G egyszerű gráfnak van olyan színezése $\chi(G)$ színnel, melyben (legalább) az egyik színosztály $\alpha(G)$ csúcsot tartalmaz?

12. Egy 50 csúcsú egyszerű gráfban a maximális foksám 7. Mutassuk meg, hogy van a gráfban 7 csúcsú független pontthalmaz. (ZH, 2020. június 3.)