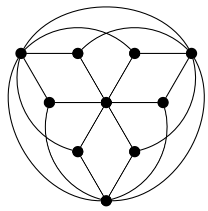
Bevezetés a Számításelméletbe II.

Hetedik gyakorlat, 2017. március 20., 21.

1. Intervallumgráf-e az öt csúcsú út, az öt csúcsú kör, illetve a négy csúcsú kör?

2. Egy szabályos hétszögnek húzzuk be az összes leghosszabb átlóját. Mennyi lesz az így kapott gráf élkromatikus száma?

3. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét az alább látható G gráfra és adjunk meg egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt. (ZH, 2015. május 3. alapján)



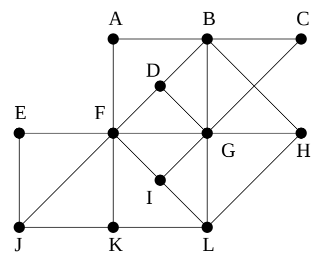
---

4. Határozzuk meg a 99 csúcsú teljes gráf élkromatikus számát.

5. Döntsük el, hogy az alábbi gráfok intervallumgráfok-e. (ZH, 2015. április 23.)

6. Határozzuk meg annak a gráfnak az élkromatikus számát, melyet egy öt hosszú körből az élek megduplázásával kapunk.

7. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét a jobbra látható G gráfra és adjunk meg egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt. (ZH, 2012. május 15. alapján)



8. A $2n$ pontú G egyszerű gráfban minden pont foka legalább n. Bizonyítsuk be, hogy G-ben van teljes párosítás.

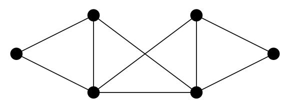
9. Bizonyítsuk be, hogy minden n csúcsú, hurokélmentes G gráfban fennállnak az alábbi összefüggések.
a) $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$ b) $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

---

10. Tekintsük azokat az intervallumokat a számegyenesen, amelyeknek mindkét végpontja 1 és 100 közötti egész, a hosszuk legalább 1 és legföljebb 4, valamint legalább az egyik végpontjuk páros szám. Határozzuk meg az ezek által meghatározott intervallumgráf kromatikus számát. (ZH, 2011. május 9.)

11. Határozzuk meg annak a gráfnak az élkromatikus számát, melyet egy öt hosszú körből az élek triplázásával kapunk.

12. Intervallumgráf-e a jobbra látható gráf? (ZH, 2007. április 16.)



13. Mutassuk meg, hogy egy 20 résztvevős bajnokságot le lehet bonyolítani 19 fordulóban. (Minden csapat mindenki mással egyszer játszik, egy fordulóban egy csapat legfeljebb egyszer léphet pályára).

14. a) Mutassuk meg, hogy ha G 3-reguláris gráf (azaz minden csúcs foka 3), melyben van Hamilton-kör, akkor G élkromatikus száma 3.
b) Mutassuk meg, hogy a Petersen-gráfban nincs Hamilton-kör.

15*. Egy kilenc csúcsú egyszerű gráfban öt csúcs foka 4, a maradék négy csúcs foka 3. Mutassuk meg, hogy van a gráfban 4 élű párosítás.

16*. Legyen G olyan egyszerű gráf, amelynek 1000 csúcsa van és minden csúcs fokszáma legalább 6. Igazoljuk, hogy $\nu(G) \geq 6$. (ZH, 2001. május 30.)