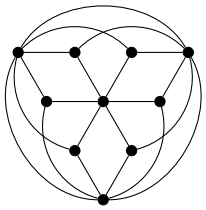
Bevezetés a Számításelméletbe II.
Hetedik gyakorlat, 2015. október 20.,27.,29.

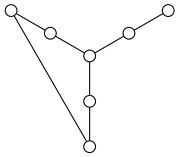
1. Intervallumgráf-e az öt csúcsú út, az öt csúcsú kör, illetve a négy csúcsú kör?

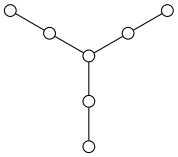
2. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét a jobbra látható G gráfra és adjunk meg egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt. (ZH, 2015. május 3. alapján)



---

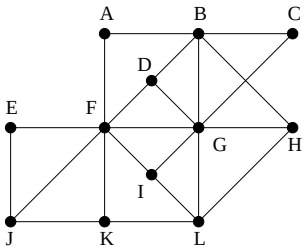
3. Döntsük el, hogy az alábbi gráfok intervallumgráfok-e. (ZH, 2015. április 23.)





4. Legyen G a számegyenes következő zárt intervallumai által meghatározott intervallumgráf: $[1;3]$, $[2;4]$, $[8;11]$, $[5;11]$, $[4;9]$, $[1;6]$, $[2;7]$, $[10;11]$. Határozzuk meg a G gráf $\chi(G)$ kromatikus számát és $\omega(G)$ klikkszámát.

5. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét a jobbra látható G gráfra és adjunk meg egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt. (ZH, 2012. május 15. alapján)



6. A $2n$ pontú G egyszerű gráfban minden pont foka legalább n. Bizonyítsuk be, hogy G-ben van teljes párosítás.

7. a) Legyen M egy maximális párosítás a G egyszerű gráfban és álljon az X csúcshalmaz az M-beli élek végpontjaiból. Bizonyítsuk be, hogy X lefogó ponthalmaz.

b) Bizonyítsuk be, hogy minden egyszerű G gráfban $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ teljesül.

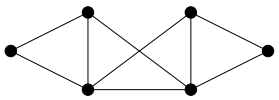
8. Bizonyítsuk be, hogy az n csúcsú, hurokélmentes G gráfban fennállnak az alábbi összefüggések.

a) $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$ b) $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

---

9. Tekintsük azokat az intervallumokat a számegyenesen, amelyeknek mindkét végpontja 1 és 100 közötti egész szám, a hosszuk legalább 1 és legföljebb 4, valamint legalább az egyik végpontjuk páros szám. Határozzuk meg az ezek által meghatározott intervallumgráf kromatikus számát. (ZH, 2011. május 9.)

10. Intervallumgráf-e a jobbra látható gráf? (ZH, 2007. április 16.)



11. A G gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \ldots, 60\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcsok akkor legyenek szomszédosak G-ben, ha $x \neq y$ és $x \cdot y$ osztható 6-tal. Határozzuk meg $\nu(G)$, vagyis a G-beli független élek maximális számának értékét. (ZH, 2009. március 23.)

12. A $2k + 1$ pontú, egyszerű G gráfban minden pont foka legalább k. Határozzuk meg $\nu(G)$ értékét. (ZH, 2003. május 13. nyomán)

13. Egy adott intervallumrendszerhez tartozó intervallumgráf kromatikus száma 10. Mutassuk meg, hogy ha az intervallumrendszerből törlünk néhány olyan intervallumot, melyek közt semelyik háromnak nincs közös pontja, akkor a visszamaradó intervallumrendszerhez tartozó intervallumgráf kromatikus száma legalább 8. (ZH, 2014. március 20.)