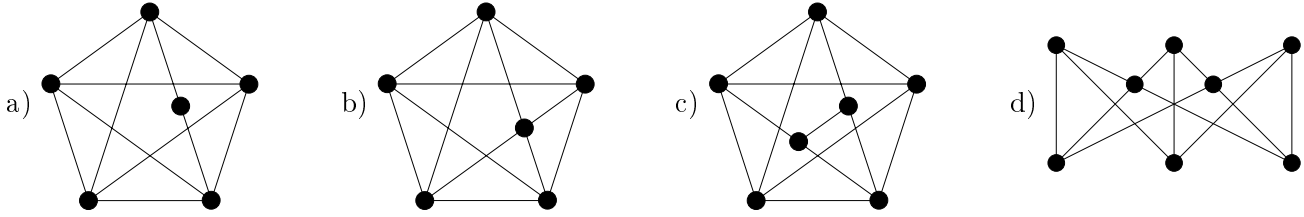
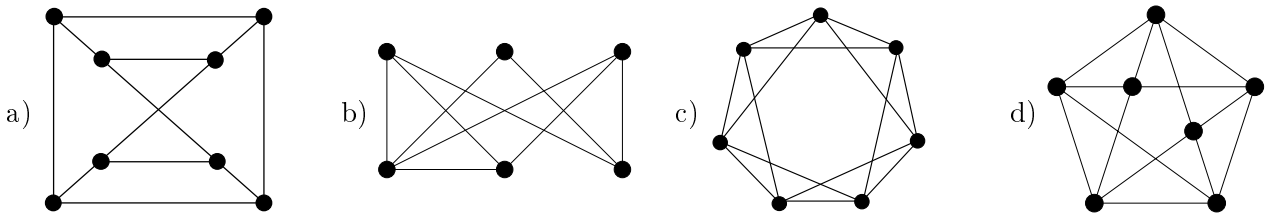


1. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



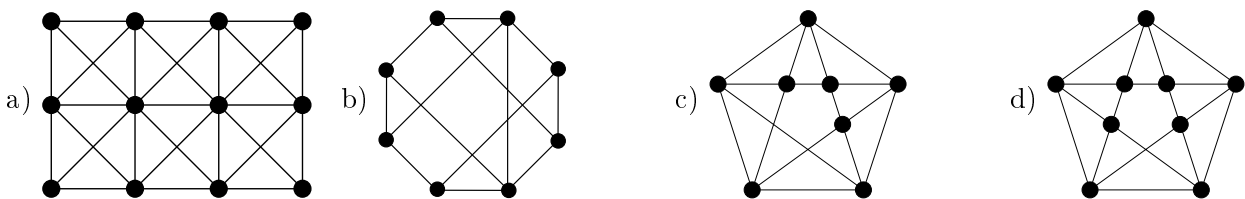
2. Mutassuk meg, hogy minden egyszerű, síkbarajzolható gráfban van olyan csúcs, melynek foka legfeljebb 5.
 3. a) Van-e olyan egyszerű, összefüggő, síkbarajzolt gráf, aminek kétszer annyi csúcsa van, mint a duálisának?
 b) Van-e olyan egyszerű, összefüggő, síkbarajzolt gráf, aminek feleannyi csúcsa van, mint a duálisának?

4. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



5. a) Legyen G egy 13 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy G és a komplementere közül legalább az egyik nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 19.)
 b) Legyen G legfeljebb 6 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy G és a komplementere közül legalább az egyik síkbarajzolható.
 c) Adjunk meg olyan 8 csúcsú egyszerű, nem síkbarajzolható gráfot, melynek a komplementere sem síkbarajzolható.
 6. A G gráfban minden pont foka legfeljebb három. Tudjuk továbbá, hogy G minden köre legfeljebb 5 élt tartalmaz. Mutassuk meg, hogy G síkbarajzolható. (ZH, 2006. november 30.)
 7. Mutassuk meg, hogy ha a K_8 gráfot lerajzoljuk a síkra úgy, hogy három él nem metszheti egymást közös pontban, akkor legalább 10 élkereszteződés keletkezik.

8. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



9. a) A G egyszerű, síkbarajzolható gráfban minden pont foka legalább 5. Mutassuk meg, hogy ekkor G -nek legalább 12 darab 5 fokú csúcsa van.
 b) Igaz-e ez az állítás 12 helyett 13-mal?
 10. Rajzoljunk olyan 2, 3, illetve 4 csúcsú síkbarajzolt gráfot, ami izomorf a saját duálisával.
 11. Egy egyszerű, összefüggő, síkbarajzolt gráfnak ugyanannyi csúcsa van, mint a duálisának. Mutassuk meg, hogy a gráfban van három élű kör.
 12. Tegyük fel, hogy $G = (V, E)$ olyan egyszerű gráf, aminek E élhalmaza előáll az E_1, E_2, E_3 diszjunkt élhalmazok uniójaként. Utóbbiakra teljesül, hogy a $(V, E_1), (V, E_2)$ és (V, E_3) részgráfok mindegyike a G egy feszítőfaja. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 8.)
 13. Minimálisan hány élkeresztezéssel lehet lerajzolni a $K_{4,4}$ (négy ház, négy kút) gráfot, ha három él nem metszheti egymást közös pontban?