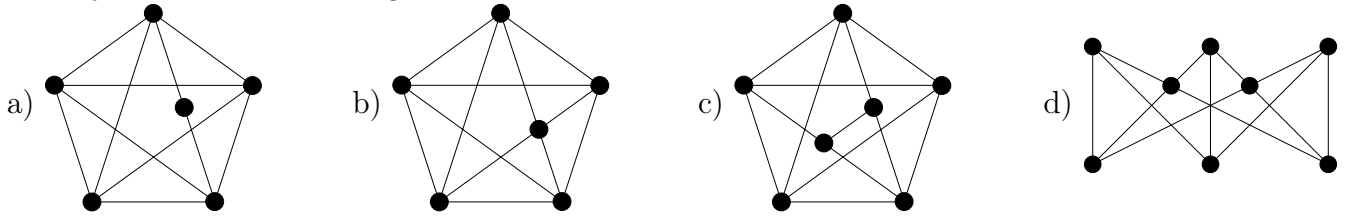


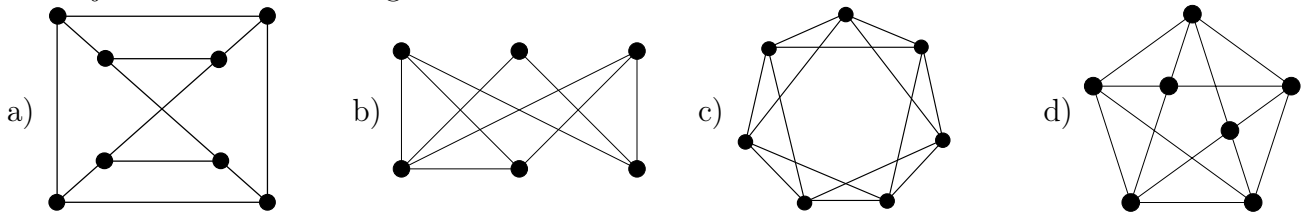
1. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



2. Van-e olyan síkbarajzolható, egyszerű gráf, amelyben minden pont foka legalább 6?

3. Rajzoltam egy 10 csúcú fát, de elveszítettem. Rajzoljuk le a duálisát.

4. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



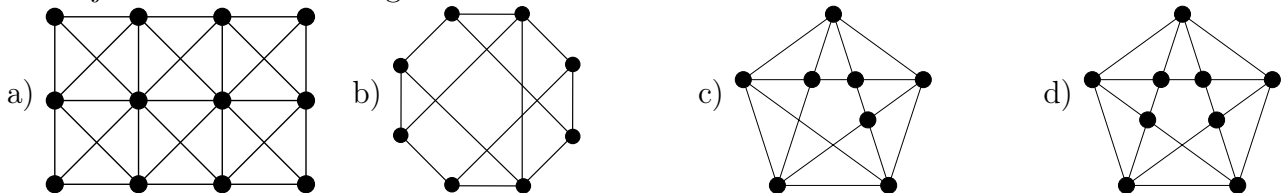
5. Legyen G egy 13 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy G és a komplementere közül legalább az egyik nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 19.)

6. Van-e olyan egyszerű, síkbarajzolt gráf, aminek feleannyi csúcsa van, mint a duálisának?

7. Egy mezőn k ház és k kút áll. Minden háztól pontosan 4 (különböző) kúthoz vezet út (még hozzá közvetlenül, vagyis más házak vagy kutak érintése nélkül). Mutassuk meg, hogy biztosan van két olyan út, amelyek keresztezik egymást.

8. A G gráfban minden pont foka legfeljebb három. Tudjuk továbbá, hogy G minden köre legfeljebb 5 élt tartalmaz. Mutassuk meg, hogy G síkbarajzolható. (ZH, 2006. november 30.)

9. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



10.a) A G egyszerű, síkbarajzolható gráfban minden pont foka legalább 5. Mutassuk meg, hogy ekkor G -nek legalább 12 darab 5 fokú csúcsa van.

b) Igaz-e ez az állítás 12 helyett 13-mal?

11. Rajzoljunk olyan 2, 3, illetve 4 csúcú síkbarajzolt gráfot, ami izomorf a saját duálisával.

12. Egy egyszerű, összefüggő, síkbarajzolt gráfnak ugyanannyi csúcsa van, mint a duálisának. Mutassuk meg, hogy a gráfban van három élű kör.

13. Tegyük fel, hogy a $G = (V, E)$ egy olyan egyszerű gráf, aminek E élhalmaza előáll az E_1, E_2, E_3 diszjunkt élhalmazok uniójaként. Utóbbiakra teljesül, hogy a (V, E_1) , (V, E_2) és (V, E_3) részgráfok mindegyike a G egy feszítőfája. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 8.)

14. Minimálisan hány élkeresztezéssel lehet lerajzolni a $K_{4,4}$ (négy ház, négy kút) gráfot, ha három él nem találkozhat közös pontban?

15. Egy gráfot nevezzünk *külsíkgráfnak*, ha lerajzolható a síkba (élkeresztevések nélkül) úgy, hogy minden csúcs rajta van az egyik (például a külső) tartománynak a határán. Mutassuk meg, hogy egy gráf akkor és csak akkor külsíkgráf, ha nem tartalmaz sem a K_4 , sem a $K_{2,3}$ gráffal topologikusan izomorf részgráfot.