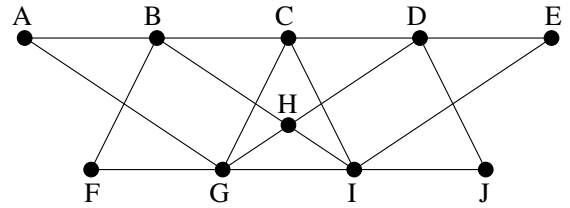


1. Van-e olyan fa, amiben a pontok foka rendre

a) 1,1,1,1,1,3,4;

b) 1,1,1,1,2,3,3,4?

2. Bejárhatja-e a BFS algoritmus a jobbra látható gráf csúcsait az alábbi sorrendben? Ahol a válasz igen, ott adjuk meg az algoritmus futása során keletkező összes adatot (vagyis minden v csúcsra v távolságát a kezdőponttól, azt a csúcsot, ahonnan az eljárás v -t elérte, valamint a bejáráshoz tartozó BFS-fát).



a) H, B, D, G, I, C, A, F, J, E

b) F, B, A, G, C, H, I, D, E, J

3. a) Egy fában minden pont foka 1, 2 vagy 3. Hány 1 fokú pontja van, ha a 3 fokúak száma 5?

b) Rajzoljunk két olyan, a feltételeknek megfelelő fát, amelyekben a 2 fokú pontok száma különböző.

4. Oldjuk meg a 2. feladatot a csúcsok alábbi sorrendjeire is.

a) J, D, I, C, E, G, H, A, F, B

b) A, B, G, C, H, F, I, D, E, J

5. Egy 100 csúcsú egyszerű, összefüggő gráfnak 100 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor a gráfnak van három különböző feszítőfája. (ZH, 2017. május 8.)

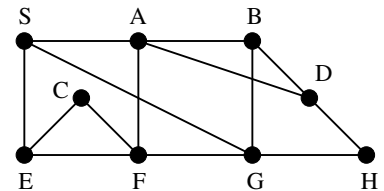
6. Milyen $n \geq 2$, páros egészekre létezik olyan n csúcsú fa, amiben pontosan kétféle fokszám fordul elő, mégpedig mindkettő $\frac{n}{2}$ -ször? (ZH, 2019. május 20. alapján)

7. a) Olyan algoritmust kell terveznünk, ami egy adott G gráf és annak egy e éle esetén eldönti, hogy G -ben van-e e -t tartalmazó kör és ha igen, akkor megtalálja az ilyen körök közül a legrövidebbek egyikét. Hogyan lehetne a BFS algoritmust ennek a feladatnak a hatékony megoldására felhasználni?

b) Mi a helyzet akkor, ha adott él helyett egy adott csúcsot tartalmazó legrövidebb kört kell találnunk?

8. Rajzoljuk fel az összes, legföljebb 5 csúcsú fát. (Az izomorfakat csak egyszer.)

9. a) A BFS algoritmus a jobbra látható ábra gráfjának csúcsait a következő sorrendben járta be: S, □, □, □, H, □, F, C, □. Egészítsük ki a sorozatot a hiányzó csúcsok neveivel (ezeket □ jelöli) és adjuk meg a bejáráshoz tartozó BFS-fát.



b) Tartalmazhatja-e a $\{D, H\}$ élet a gráf egy S-ből indított (tetszőleges) BFS bejárásához tartozó BFS-fája? (ZH, 2015. március 19.)

10. a) Egy fában csak két különböző fokszám fordul elő: az egyik fajta 9-szer, a másik 92-szer. Mi a szóban forgó két fokszám? (ZH, 2010. november 25.)

b) Rajzoljunk le (vázlatosan) egy, a feltételeknek megfelelő fát.

11. Legyen G egyszerű, összefüggő gráf, e és f pedig G két éle. Mutassuk meg, hogy G -nek van olyan feszítőfája, mely e -t és f -et is tartalmazza.

12. Egy 100 csúcsú összefüggő, egyszerű gráfnak 102 éle van. Mutassuk meg, hogy ekkor van a gráfban 3 páronként különböző kör. (Két kör akkor különböző, ha nem pontosan ugyanazon élek alkotják.) (ZH, 2017. március 16.)

13. Legyen G egyszerű, irányítatlan gráf, a és b pedig G két különböző csúcsa. Igaz-e, hogy ha G -nek egy, az a -ból indított szélességi bejárása a b csúcsot ötödiknek találja meg, akkor biztosan létezik G -nek olyan, b -ből indított szélességi bejárása, mely az a csúcsot ötödiknek találja meg? (ZH, 2020. május 25.)

14. Egy fában a legnagyobb fokú csúcs foka Δ . Bizonyítsuk be, hogy a fának legalább Δ darab 1 fokú csúcsa van.

15. Létezik-e olyan (legalább két csúcsú) összefüggő gráf, aminek bármelyik csúcsát törölve (az éleivel együtt) a kapott gráf már nem összefüggő?

16. Határozzuk meg az összes olyan (legalább két csúcsú) fát, amely izomorf a saját komplementerével. (Az egymással izomorf megoldásokat tekintjük azonosnak.) (ZH, 2008. december 2.)