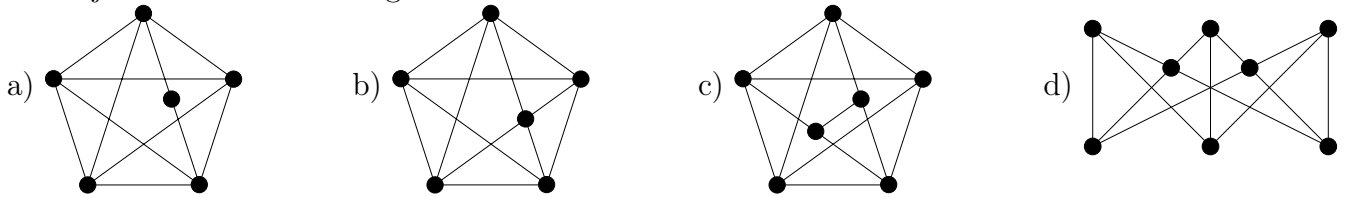
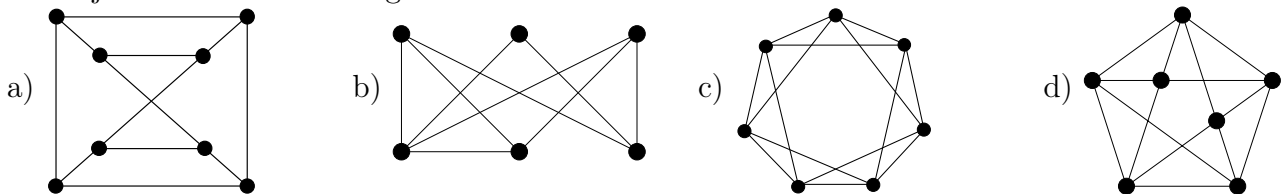


1. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



2. Van-e olyan síkbarajzolható, egyszerű gráf, amelyben minden pont foka legalább 6?

3. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



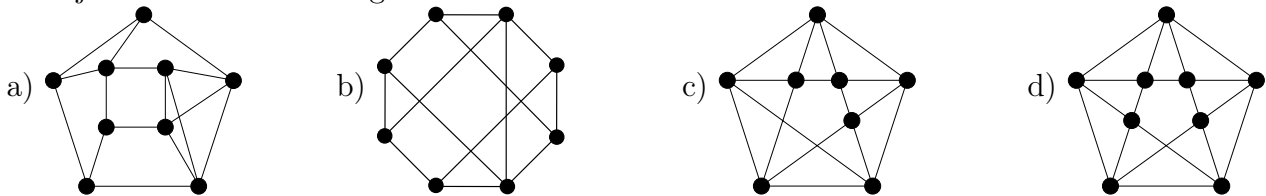
4. Legyen G egy 13 pontú egyszerű gráf. Bizonyítsuk be, hogy G és a komplementere közül legalább az egyik nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 19.)

5. Van-e olyan síkbarajzolt gráf, amelyben a csúcsok, az élek és a tartományok száma is hárommal osztható? Van-e ugyanilyen tulajdonságokkal összefüggő gráf is?

6. Egy mezőn k ház és k kút áll. Minden háztól pontosan 4 (különböző) kúthoz vezet út (még hozzá közvetlenül, vagyis más házak vagy kutak érintése nélkül). Mutassuk meg, hogy biztosan van két olyan út, amelyek keresztezik egymást.

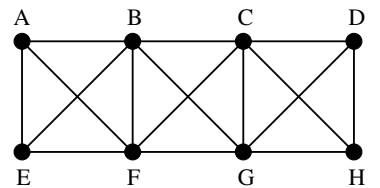
7. A G gráfban minden pont foka legfeljebb három. Tudjuk továbbá, hogy G minden köre legfeljebb 5 élt tartalmaz. Mutassuk meg, hogy G síkbarajzolható. (ZH, 2006. november 30.)

8. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



(ZH, 2015. május 4.)

9. Maximálisan hány él lehet hozzávenni a jobbra látható gráfhoz úgy, hogy egyszerű, síkbarajzolható gráfot kapjunk? (Egy él hozzávétele azt jelenti, hogy két meglévő csúcs közé húzunk be új élet, a gráfhoz további csúcsokat hozzávenni tehát nem szabad.) (ZH, 2015. március 19.)



10. Egy konvex poliédernek (vagyis síklapok által határolt testnek) 20 csúcsa és 12 lapja van. A poliéder minden lapját ugyanannyi él határolja. Mennyi ez a közös érték?

11.a) A G egyszerű, síkbarajzolható gráfban minden pont foka legalább 5. Mutassuk meg, hogy ekkor G -nek legalább 12 darab 5 fokú csúcsa van.

b) Igaz-e ez az állítás 12 helyett 13-mal?

12. Rajzoljunk olyan 2, 3, illetve 4 csúcsú síkbarajzolt gráfot, ami izomorf a saját duálisával.

13. Van-e olyan egyszerű, síkbarajzolt gráf, aminek feleannyi csúcsa van, mint a duálisának?

14. Tegyük fel, hogy a $G = (V, E)$ egy olyan egyszerű gráf, aminek E élhalmaza előáll az E_1, E_2, E_3 diszjunkt élhalmazok uniójaként. Utóbbiakra teljesül, hogy a (V, E_1) , (V, E_2) és (V, E_3) részgráfok mindegyike a G egy feszítőfája. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 8.)

15. Minimálisan hány élkeresztezéssel lehet lerajzolni a $K_{4,4}$ (négy ház, négy kút) gráfot, ha három él nem találkozhat közös pontban?