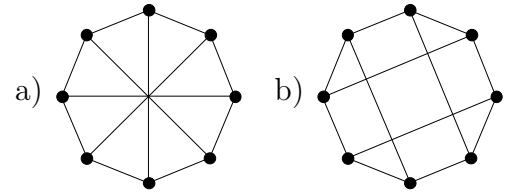


1. Egy G gráf pontjai legyenek egy kocka csúcsai; két csúcs akkor legyen szomszédos, ha a kockában él mentén szomszédosak. A jobbra látható két gráf közül melyik (melyek) izomorf(ak) G -vel?



2. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Mutassuk meg, hogy a gráf összefüggő.

3. Rajzoljuk le az összes olyan, páronként nem izomorf, egyszerű gráfot, melyre

a) $n = 5, m = 2$

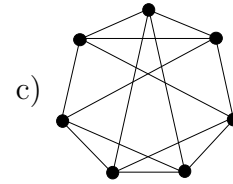
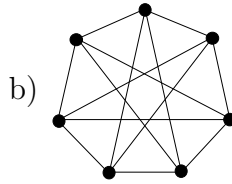
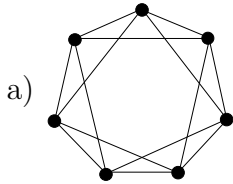
b) $n = 5, m = 3$

c) $n = 4, m = 5$

d) $n = 5, m = 8$

ahol n jelöli a pontok számát, m az élek számát.

4. Melyek izomorfak az alábbi gráfok közül?



5. Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban minden pont foka legalább 33. Mutassuk meg, hogy a gráfhoz hozzá lehet venni egyetlen új élet úgy, hogy a kapott gráf összefüggő legyen. (ZH, 2006. december 7.)

6. A G egyszerű gráf csúcsai legyenek egy 10 elemű halmaz 4 elemű részhalmazai. Két különböző csúcs akkor legyen szomszédos G -ben, ha a megfelelő részhalmazok diszjunktak. Hány éle van G -nek? (ZH, 2021. május 18.)

7. Milyen n pozitív egészekre létezik olyan n csúcsú egyszerű gráf, amelyben bármely két csúcs foka különböző?

8. Van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre

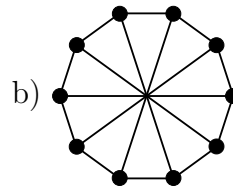
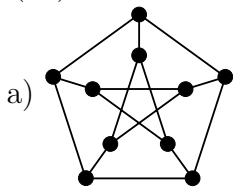
a) 1,2,2,3,3,3;

b) 1,1,2,2,3,4,4;

c) 2,3,3,4,5,6,7;

d) 1,3,3,4,5,6,6.

9. A G gráf pontjai legyenek az $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmaz 2 elemű részhalmazai; két csúcs akkor legyen szomszédos, ha a megfelelő részhalmazok diszjunktak. Az alábbi gráfok közül melyik (melyek) izomorf(ak) G -vel?



10. Egy 23 csúcsú egyszerű gráfban minden csúcs foka legalább 7. Mutassuk meg, hogy bárhogy választunk ki a gráf csúcsai közül hármat, lesz köztük két olyan, melyek között van a gráfban út. (ZH, 2017. május 8.)

11. A 6 csúcsú G gráf hurokért nem, de többszörös éleket tartalmazhat. Tudjuk, hogy G bármely két csúcsának a foka különböző. Minimálisan hány éle van G -nek? (Azaz: milyen k egészre teljesül, hogy létezik a feltételeknek megfelelő k élű gráf, de k -nál kevesebb élű már nem?) (ZH, 2016. március 24.)

12. Hány különböző, páronként nem izomorf 50 csúcsú és 1223 élű egyszerű gráf létezik?

13. A 20 csúcsú G egyszerű gráfban 10 csúcs foka legföljebb 7, a maradék 10 csúcs foka pedig legalább 16. Hány éle van G -nek? (ZH, 2015. március 19.)

14. Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű gráf és a komplementere közül legalább az egyik mindig összefüggő.

15. Létezik-e olyan 4, 5, illetve 6 csúcsú egyszerű gráf, amely izomorf a saját komplementerével? Ahol a válasz igen, ott adjuk meg az összes, páronként nem izomorf ilyen gráfot.