

1. Rajzoljuk le az összes olyan, páronként nem izomorf, egyszerű gráfot, melyre
a) $n = 4, m = 5$ b) $n = 5, m = 3$
ahol n jelöli a pontok számát, m az élek számát.
 2. Van-e olyan fa, amiben a pontok foka rendre
a) $1, 1, 1, 1, 1, 3, 4$; b) $1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 4$?
 3. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Mutassuk meg, hogy a gráf összefüggő.
-

4. Rajzoljuk le az összes olyan, páronként nem izomorf, egyszerű gráfot, melyre
a) $n = 5, m = 7$ b) $n = 5, m = 8$
ahol n jelöli a pontok számát, m az élek számát.
 5. a) Egy fában minden pont foka 1, 2 vagy 3. Hány 1 fokú pontja van, ha a 3 fokúak száma 5?
b) Rajzoljunk két olyan, a feltételeknek megfelelő fát, amelyekben a 2 fokú pontok száma különböző.
 6. Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban minden pont foka legalább 33. Mutassuk meg, hogy a gráfhoz hozzá lehet venni egyetlen új élet úgy, hogy a kapott gráf összefüggő legyen. (ZH, 2006. december 7.)
 7. Milyen n pozitív egészekre létezik olyan n csúcsú egyszerű gráf, amelyben bármely két csúcs foka különböző?
-

8. Rajzoljuk fel az összes, legföljebb 5 csúcsú fát. (Az izomorfakat csak egyszer.)
9. Van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre
a) $1, 2, 2, 3, 3, 3$; b) $1, 1, 2, 2, 3, 4, 4$; c) $2, 3, 3, 4, 5, 6, 7$; d) $1, 3, 3, 4, 5, 6, 6$.
10. a) Egy fában csak két különböző fokszám fordul elő: az egyik fajta 9-szer, a másik 92-szer. Mi a szóban forgó két fokszám? (ZH, 2010. november 25.)
b) Rajzoljunk le (vázlatosan) egy, a feltételeknek megfelelő fát.
11. Egy 23 csúcsú egyszerű gráfban minden csúcs foka legalább 7. Mutassuk meg, hogy bárhogy választunk ki a gráf csúcsai közül hármat, lesz köztük két olyan, melyek között van a gráfban út. (ZH, 2017. május 8.)
12. A 20 csúcsú G egyszerű gráfban 10 csúcs foka legföljebb 7, a maradék 10 csúcs foka pedig legalább 16. Hány éle van G -nek? (ZH, 2015. március 19.)
13. Egy fában a legnagyobb fokú csúcs foka Δ . Bizonyítsuk be, hogy a fának legalább Δ darab 1 fokú csúcsa van.
14. Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű gráf és a komplementere közül legalább az egyik mindig összefüggő.
15. Legyen G egyszerű, összefüggő gráf, e és f pedig G két éle. Mutassuk meg, hogy G -nek van olyan feszítőfája, mely e -t és f -et is tartalmazza.
16. Létezik-e olyan (legalább két csúcsú) összefüggő gráf, aminek bármelyik csúcsát törölve (az éleivel együtt) a kapott gráf már nem összefüggő?
17. Létezik-e olyan 4, 5, illetve 6 csúcsú egyszerű gráf, amely izomorf a saját komplementerével?
18. Határozzuk meg az összes olyan (legalább két csúcsú) fát, amely izomorf a saját komplementerével. (Az egymással izomorf megoldásokat tekintsük azonosnak.) (ZH, 2008. december 2.)