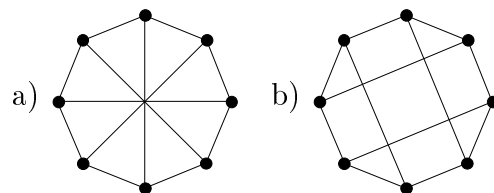
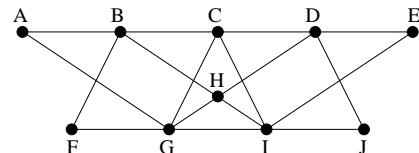


1. Egy G gráf pontjai legyenek egy kocka csúcsai; két csúcset akkor legyen szomszédos, ha a kockában él mentén szomszédosak. A jobbra látható két gráf közül melyik (melyek) izomorf(ak) G -vel?



2. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Mutassuk meg, hogy a gráf összefüggő.

3. Bejárhatja-e a BFS algoritmus a jobbra látható gráf csúcsait az alábbi sorrendben? Ahol a válasz igen, ott adjuk meg az algoritmus futása során keletkező összes adatot (vagyis minden v csúcsra v távolságát a kezdőponttól és azt a csúcsot, ahonnan az eljárás v -t elérte).



- a) H, B, D, G, I, C, A, F, J, E
- b) F, B, A, G, C, H, I, D, E, J

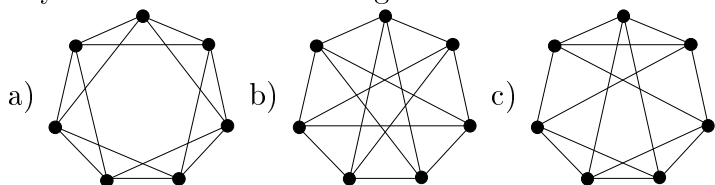
4. A 20 csúcsú G egyszerű gráfban 10 csúcs foka legfőljebb 7, a maradék 10 csúcs foka pedig legalább 16. Hány éle van G -nek? (ZH, 2015. március 19.)

5. Rajzoljuk le az összes olyan, páronként nem izomorf, egyszerű gráfot, melyre

- a) $n = 5, e = 2$
- b) $n = 5, e = 3$
- c) $n = 4, e = 5$
- d) $n = 5, e = 7$
- e) $n = 5, e = 8$

ahol n jelöli a pontok számát, e az élek számát.

6. Melyek izomorfak az alábbi gráfok közül?



7. Oldjuk meg a 3. feladatot a csúcsok alábbi sorrendjeire is.

- a) J, D, I, C, E, G, H, A, F, B
- b) A, B, G, C, H, F, I, D, E, J

8. Egy 100 csúcsú egyszerű gráfban minden pont foka legalább 33. Mutassuk meg, hogy a gráfhoz hozzá lehet venni egyetlen új élet úgy, hogy a kapott gráf összefüggő legyen. (ZH, 2006. december 7.)

9. Egy 3×3 -as sakktábla oszlopait betűzzük (balról jobbra) az A, B, C betűkkel, sorait számozzuk (alulról felfelé) az 1, 2, 3 számokkal. A táblán az A2 és C2 mezőkön áll egy-egy világos huszár, a B1 és B3 mezőkön egy-egy sötét huszár. A huszárak a sakk szabályai szerinti lépéseket tehetnek, egy mezőn egyszerre csak egy bábu állhat. Elérhető-e, hogy végül a világos huszárak az A2 és B1, a sötétek a B3 és C2 mezőkön álljanak?

10. Milyen n pozitív egészekre létezik olyan n csúcsú egyszerű gráf, amelyben bármely két csúcs foka különböző?

11. Van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre

- a) 1,2,2,3,3,3;
- b) 1,1,2,2,3,4,4;
- c) 2,3,3,4,5,6,7;
- d) 1,3,3,4,5,6,6.

12. A G összefüggő gráfban minden pont foka 3. Az s csúcsából indított BFS algoritmus a v csúcsot tizenharmadikként éri el (az elsőként elért csúcsnak s -et tekintjük). Előfordulhat-e, hogy v távolsága s -től

- a) 2;
- b) 3;
- c) 8?

13. Létezik-e olyan 4, 5, illetve 6 csúcsú egyszerű gráf, amely izomorf a saját komplementerével?

14. Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű gráf és a komplementere közül legalább az egyik mindig összefüggő.

15. Hány különböző, páronként nem izomorf 50 csúcsú és 1223 élű egyszerű gráf létezik? És 50 csúcsú, 1222 élű?

16. Adott G gráf és s csúcs esetén a feladatunk eldönteni, hogy G -ben van-e s -et tartalmazó kör és ha igen, akkor megtalálni az ilyen körök közül a legrövidebbek egyikét. Módosítsuk a BFS algoritmust úgy, hogy ennek a feladatnak a megoldására is alkalmassá váljon.