

1. Egy fagyizóban 26 féle fagyit árulnak: **A**nanász, **B**anán, **C**itrom, . . . , **Z**öldalma. Hányféleképpen adhat a kiszolgáló fagyit egy vendégnek, ha annak az alábbi kérései vannak (de minden mást a kiszolgálóra bíz)?
- 4 gombócot kér tölcsérbe; azt az egyet köti ki, hogy ne 4 ugyanolyan gombócot kapjon.
  - Egy gombóc **A**-t, egy **B**-t, két **C**-t és három gombóc **D**-t kér tölcsérbe.
  - 5 különböző gombócot kér tölcsérbe, de ne legyen közte **F**ahéj.
  - 5 különböző gombócot kér tányérra, de ha van közte **F**ahéj, akkor ne legyen **N**arancs.
  - 5 tetszőleges gombócot kér tányérra, de ne legyen közte **D**ió.
  - 35 gombócot kér tányérra úgy, hogy minden íz szerepeljen, de semelyik se szerepeljen kettőnél többször.

2. Adjuk meg az alábbi kifejezés értékét két tizedesjegy pontossággal. (ZH, 2010. november 25.)

$$\log_2 \left( \binom{101}{0} + \binom{101}{1} + \binom{101}{2} + \dots + \binom{101}{50} \right)$$

- 
3. Hányféleképp adhat a kiszolgáló fagyit az 1. feladat fagyizójában, ha a vendégnek az alábbi kérései vannak?

- 5 különböző gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte **K**ókusz.
  - 5 tetszőleges gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte (legalább egy) **D**ió.
  - 5 különböző gombócot kér tányérra, de legyen közte **S**penót.
  - 5 tetszőleges gombócot kér tányérra, de legyen közte (legalább egy) **H**upikék törpike.
4. Hány olyan 5 elemű részhalmaza van az  $\{1, 2, \dots, 10\}$  halmaznak, amelyekben több a páros szám, mint a páratlan? (ZH, 2015. május 4.)
5. Egy gimnáziumban 16 osztály van, az osztálylétszám mindenütt 30. Mindegyik osztály 4 tagú küldöttséget küld az iskolai diákbizottságba. Hányféle lehet a diákbizottság összetétele?
6. Egy számkombinációs zár 6 különböző, 1 és 30 közötti szám begépelésével nyitható ki. Tudjuk, hogy a kódban a számok növekvő sorrendben vannak. Hány próbálkozással lehet a zárat biztosan kinyitni (vagyis hány ilyen kód készíthető)?
7. Adjuk meg az alábbi kifejezés értékét két tizedesjegy pontossággal. (ZH, 2010. december 15.)

$$\log_2 \left( 1 \cdot \binom{32}{1} + 2 \cdot \binom{32}{2} + 3 \cdot \binom{32}{3} + \dots + 32 \cdot \binom{32}{32} \right)$$

- 
8. Hányféleképp választható ki 15 házaspár tagjai (tehát összesen 30 ember) közül 10 ember úgy, hogy a kiválasztott emberek között pontosan 3 házaspár legyen? (A végeredmény számszerű értékét megadni nem kell; azonban a megoldásból ki kell derülnön, hogy hogyan lehetne azt kiszámolni egy olyan számológéppel, ami csak a négy alapműveletet ismeri.) (ZH, 2011. november 24.)

9. Hány olyan 12 hosszúságú betűsorozat készíthető az angol ábécé 26 betűjéből, amelyben pontosan 4 darab **X** és három darab **Y** betű szerepel? (ZH, 2015. március 19.)

10. Gyula szenvedélyesen ötöslottózik, minden héten 20 szelvényvel játszik. (Az ötöslottóban egy szelvényen 1 és 90 között 5 különböző számot kell beikszelni.) Hányféleképpen töltheti ki egy héten a szelvényeit, ha

- teljesen vaktában tölti ki a szelvényeket;
- arra azért vigyáz, hogy két szelvényt ne töltsön ki ugyanúgy;
- nem csak arra vigyáz, hogy két szelvényt ne töltsön ki ugyanúgy, hanem arra is, hogy a 7 pontosan 7 szelvényen szerepeljen;
- semmi másra nem figyel, csak arra, hogy ha a 13 szerepel egy szelvényen, akkor szerepeljen a 7 is?

11. Hány különböző  $3 \times 3$ -as négyzetes részmátrixa van egy olyan  $8 \times 10$ -es (vagyis 8 sorú és 10 oszlopú) mátrixnak, melynek minden eleme különböző? (A végeredmény számszerű értékét megadni nem kell; azonban a megoldásból ki kell derülnön, hogy hogyan lehetne azt kiszámolni egy olyan számológéppel, ami csak a négy alapműveletet ismeri.) (ZH, 2011. december 5.)

- 12.a) Döntsük el, hogy egy 101 elemű halmaznak páros vagy páratlan elemű részhalmaza van-e több.  
b) Oldjuk meg a feladatot 100 elemű halmazra is.

13. Adjuk meg az alábbi kifejezés értékét két tizedesjegy pontossággal.

$$\log_3 \left( 1 \cdot \binom{100}{0} + 2 \cdot \binom{100}{1} + 4 \cdot \binom{100}{2} + 8 \cdot \binom{100}{3} + \dots + 2^{100} \cdot \binom{100}{100} \right)$$

14. Legfőljebb hány részhalmaza adható meg egy 101 elemű halmaznak úgy, hogy bármelyik kettőnek legyen közös eleme?