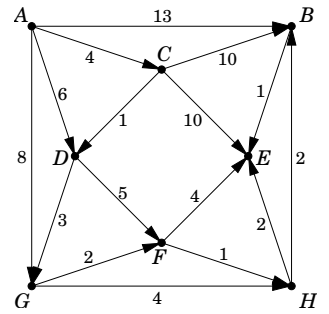


1. a) Hajtsuk végre a jobb oldalon látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását az A , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

c) Számítsuk ki az A csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leg-hosszabb utak hosszát.



2. A 6 pontú G irányítatlan, összefüggő gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, illetve a befejezési számok a következők: $x: 1,6; y: 2,4; z: 6,5; u: 3,3; v: 4,1; w: 5,2$.

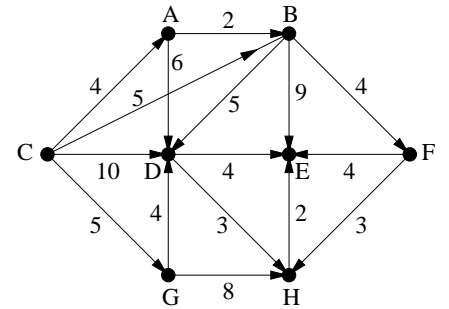
a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit.

b) Rekonstruálható-e G a megadott mélységi és befejezési számok ismeretében?

3. a) Hajtsuk végre a jobb oldalon látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását a C , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

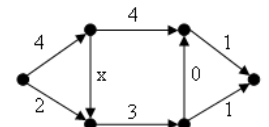
c) Számítsuk ki a C csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leg-hosszabb utak hosszát.



4. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő gráf. Igaz-e, hogy

- G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
- G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
- G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?
- G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?
- G minden F feszítőfájához van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?
- G minden F feszítőfájához van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?

5. Határozzuk meg a jobb oldali ábrán a forrásból a nyelőbe vezető leghosszabb uta(ka)t az x nemnegatív valós szám függvényében.



6. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő, 10 csúcsú, 10 élű gráf. Igaz-e, hogy bármely feszítőfája előáll G egy (alkalmas csúcsból indított mélységi kereséshez tartozó) mélységi feszítőfajaként?

7. Mutassuk meg, hogy minden hurokmentes irányított gráf elhalmaza felbontható két olyan részre, melyek (az eredeti gráf csúcsain) aciklikus irányított gráfot határoznak meg.

8. Adjunk meg négy különböző (páronként nem izomorf) 6 csúcsú irányítatlan, egyszerű gráfot, melynek minden mélységi feszítőfája út.

9. Adott egy $n \times n$ pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefelé haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfelé eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefelé eső fehér pixelek számának összege a lehető legkisebb legyen. (A vonal mindenütt a pixelek között fut.) Adjunk a feladatra legfeljebb n^2 -tel arányos lépésszámú algoritmust.