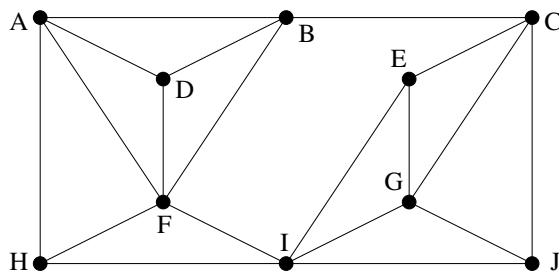


1. Határozzuk meg az alábbi értékeket az ábrán látható Z gráfban, azaz határozzuk meg, hogy maximálisan hány páronként belsőleg pontdiszjunkt út adható meg az alábbi pontpárok között.

- a) $\kappa(B, I)$ b) $\kappa(A, J)$ c) $\kappa(B, H)$

2. Határozzuk meg a $\lambda(Z)$ és $\kappa(Z)$ értékeket az ábrán látható Z gráfra.

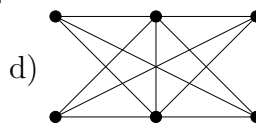


3. Határozzuk meg az alábbi értékeket is az 1. feladat gráfjában.

- a) $\kappa(B, G)$ b) $\kappa(A, I)$ c) $\kappa(I, C)$ d) $\kappa(B, C)$

4. Határozzuk meg a $\lambda(G)$ és $\kappa(G)$ értékeket az alábbi G gráfokra.

- a) egy 100 pontú út;
b) egy 100 pontú kör;
c) a $K_{10,20}$ teljes páros gráf;



5. Bizonyítsuk be, hogy minden háromszorosan összefüggő gráfban van páros hosszúságú kör.

6. A G egyszerű, n csúcsú gráfban bármely két, nemszomszédos csúcsra teljesül, hogy a fokszámaik összege legalább $n + k - 2$ (ahol $n > k \geq 1$ egész). Bizonyítsuk be, hogy G k -összefüggő. (ZH, 2011. április 21.)

7. Legyen G egy 100 csúcsú gráf és $x, y \in V(G)$ különböző csúcsok. Tudjuk, hogy bárhogyan választjuk G -ben az $u, v \in V(G)$ csúcsokat úgy, hogy azok x -től és y -től különbözzenek, G -ben van olyan út, amely x -ből y -ba vezet és nem tartalmazza sem u -t, sem v -t. Mutassuk meg, hogy ekkor x -ből y -ba vezet olyan út, amelynek hossza (éleinek száma) legfeljebb 33. (ZH, 2007. március 29.)

8. Legyenek A, B és C diszjunkt, 10 elemű halmazok. Készítsünk egy G gráfot úgy, hogy a csúcsainak halmaza legyen $A \cup B \cup C$ és két csúcsot akkor kössünk össze éllel, ha A, B és C közül nem ugyanabba a halmazba esnek. (A G gráf tehát elképzelhető úgy is, mint ha három, „egymás mellé rajzolt” 10 csúcsú teljes gráfból álló gráf komplementerét vennénk.) Határozzuk meg a $\lambda(G)$ és $\kappa(G)$ értékeket. (ZH 2003. április 30.)

9. Húzzunk be 3 élet két diszjunkt 5 csúcsú teljes gráf csúcsai közé úgy, hogy a kapott G gráf egyszerű legyen. Igaz-e, hogy G minden esetben

- a) háromszorosan összefüggő; b) háromszorosan élösszefüggő? (ZH, 2014. április 24.)

10. Egy G irányítatlan gráf esetén jelölje $3 \cdot G$ azt a gráfot, amelyet G -ből kapunk úgy, hogy mindegyik élit helyettesítjük három párhuzamos éllel. Döntsük el, hogy igazak-e az alábbi állítások.

- a) Ha G összefüggő gráf, akkor $3 \cdot G$ 3-szorosan élösszefüggő gráf.
b) Ha G összefüggő, legalább 4 csúcsú gráf, akkor $3 \cdot G$ 3-szorosan pontösszefüggő gráf. (ZH, 2011. május 17.)

11. Bizonyítsuk be, hogy egy 3-reguláris egyszerű gráf akkor és csak akkor k -szorosan élösszefüggő, ha k -szorosan pontösszefüggő.

12. Egy 10 csúcsú egyszerű gráfnak 40 éle van. Határozzuk meg a legnagyobb olyan k számot, melyre a gráf biztosan k -szorosan pontösszefüggő. (ZH, 2017. április 20.)

13. Legyen G egy k -szorosan összefüggő gráf és A és B a G csúcsainak k elemű, diszjunkt részhalmazai. Bizonyítsuk be, hogy létezik G -ben k darab páronként (teljes egészében, nem csak belsőleg) pontdiszjunkt út úgy, hogy mindegyik A és B -beli pontokat köt össze.