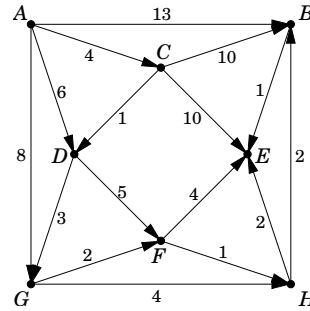
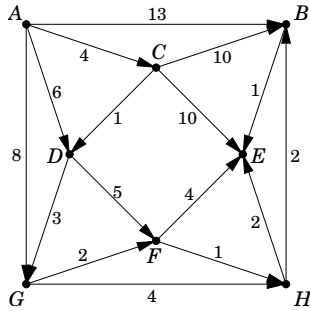


1. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását az A , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

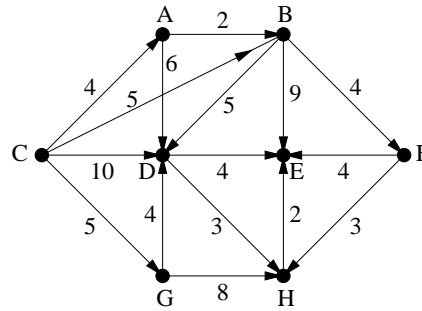
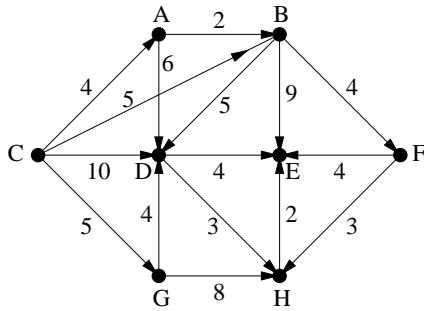
c) Számítsuk ki az A csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.



2. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását a C , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

c) Számítsuk ki a C csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.



3. A 6 pontú G egyszerű, irányítatlan, összefüggő gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a $d(v)$ mélységi, illetve az $f(v)$ befejezési számok láthatók jobbra.

a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó DFS-fa éleit.

b) Legalább, illetve legfeljebb hány éle lehet G -nek?

v	x	y	z	u	v	w
$d(v)$	1	2	6	3	4	5
$f(v)$	6	4	5	3	1	2

4. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő gráf. Igaz-e, hogy

- G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
- G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?
- G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?
- G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?
- G minden F feszítőfájához van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?
- G minden F feszítőfájához van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?

5. Adott egy $n \times n$ pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefelé haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfelé eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefelé eső fehér pixelek számának összege a lehető legkisebb legyen. (A vonal mindenütt a pixelek között fut.) Adjunk a feladatra legfeljebb n^2 -tel arányos lépésszámú algoritmust. (Figyelem: ez a feladat majdnem azonos a TIZENKETTEDIK GYAKORLAT 8. feladatával. A különbség a keresett algoritmus lépésszámában van: szemben az akkori n^4 -nel arányos lépésszámmal most egy jóval hatékonyabb, n^2 -tel arányos lépésszámú algoritmust keresünk ugyanerre a problémára.)

6. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő, 10 csúcsú, 10 élű gráf. Mutassuk meg, hogy G bármely feszítőfája előáll G egy (alkalmas csúcsból indított mélységi kereséshez tartozó) DFS-fájaként.

7. Mutassuk meg, hogy minden hurokmentes irányított gráf élhalmaza felbontható két diszjunkt részre úgy, hogy egyik sem tartalmaz irányított kört.